

第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

(1/7) ■ 球面の方程式② ■

球面と平面が交わってできる図形

★知識の整理★

【1】球面と平面が交わってできる図形の方程式

球面 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=13$ が xy 平面と交わってできる図形の方程式を求めてみよう。

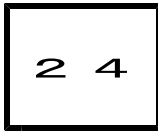
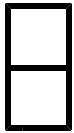
球面が xy 平面と交わってできる図形は円となる。

xy 平面の方程式は $z=0$ で表されるから、球面の方程式において $z=0$ とすると、

求める方程式は、 $(x-1)^2+(y-2)^2+(0-3)^2=13, z=0$

すなわち、 $(x-1)^2+(y-2)^2+9=13, z=0$

$(x-1)^2+(y-2)^2=4, z=0$



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

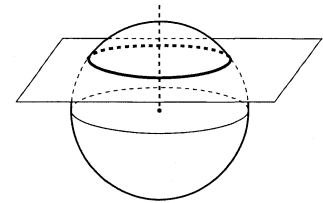
(2/7) ■ 球面の方程式② ■

◇ 《球面と平面が交わってできる円》 **学力化** → /

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

- (1) 球面 $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5^2$ と xy 平面が交わる部分は円である。その中心の座標と半径を求めなさい。
- (2) 球面 $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 5^2$ と $z=3$ が交わる部分は円である。その中心の座標と半径を求めなさい。



【考え方】(1) 切り口は xy 平面, すなわち方程式 $z=0$ で表される平面との共通部分であるから, 球面の方程式に $z=0$ を代入すると, 切り口の図形の方程式が得られる。

(2) 切り口は $z=3$ で表される平面との共通部分であるから, 球面の方程式に $z=3$ を代入すると, 切り口の図形の方程式が得られる。

[答 案]

- (1) ① (切り口となる円の方程式を求める)

球面の方程式と平面の方程式を連立する。

xy 平面の方程式は $z=0$ で表されるから, 球面の方程式に $z=0$ を代入して,

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 + (0-3)^2 = 5^2, \quad z=0$$

◀ $z=0$ を忘れずに!

これを整理して, $(x-4)^2 + (y+2)^2 + 9 = 25, \quad z=0$

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 16, \quad z=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

- ② (求めた方程式から円の中心と半径を読み取る)

①より, 中心は(4, -2, 0), 半径は4

- (2) ① (切り口となる円の方程式を求める)

◀ 球面の方程式と平面の方程式を連立する。

平面 $z=3$ との交わりであるから, 球面の方程式に $z=3$ を代入して,

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 + (3-4)^2 = 5^2, \quad z=3$$

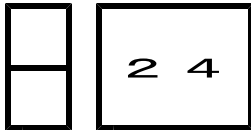
◀ $z=3$ を忘れずに!

これを整理して, $(x-2)^2 + (y+3)^2 + 1 = 25, \quad z=3$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 24, \quad z=3 \quad \dots \textcircled{1}$$

- ② (求めた方程式から円の中心と半径を読み取る)

①より, 中心(2, -3, 3), 半径は $2\sqrt{6}$ ◀ $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

(3/7) ■ 球面の方程式② ■

◇ 《球面と平面が交わってできる円》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

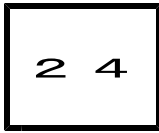
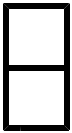
球面 $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 40$ と次の平面が交わってできる円の方程式、
および中心の座標と半径を求めなさい。

(1) $x y$ 平面

(2) $z x$ 平面

(3) $x = 7$

[答 案]



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

(4/7) ■ 球面の方程式② ■

◇ 《球面と平面が交わってできる円》 **学力化** → / .

★演習★【1】

球面 $(x - 6)^2 + (y - 7)^2 + (z - 8)^2 = 169$ と次の平面が交わってできる図形の方程式を、それぞれ求めなさい。

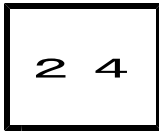
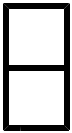
(1) xy 平面

(2) yz 平面

(3) zx 平面

(4) 平面 $x = -1$

[答 案]



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

(5/7) ■ 球面の方程式② ■

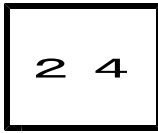
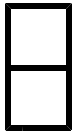
◇ 《球面と平面が交わってできる円》 **学力化** → / .

★演習★【2】

球面 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 4^2$ と次の平面が交わる部分は円である。
その中心の座標と半径を求めなさい。

- | | |
|--------------|-----------------|
| (1) $x y$ 平面 | (2) $y z$ 平面 |
| (3) $z x$ 平面 | (4) 平面 $y = -1$ |

[答 案]



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル(その4)

(6/7) ■ 球面の方程式② ■

◇《球面と平面が交わってできる円》**学力化**→ /

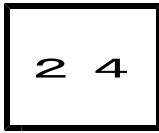
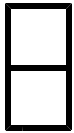
★演習★【3】

- (1) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$ と xy 平面の交わりは、中心が点 , 半径が の円である。
- (2) 球面 $x^2 + 4x + y^2 - 2y + z^2 - 6z + 7 = 0$ が平面 $y = 3$ と交わってできる円の中心の座標と半径を求めなさい。

[答 案]

【注】授業で使う「テキスト(プリント)」には、

- ・解法の全体の方針や流れを示すガイド(【考え方】)や
- ・答案作成フォーマット(共通テストに準じた誘導ガイド)が印刷されています。



第3章 空間座標とベクトル 1・空間のベクトル

4 位置ベクトル (その4)

(7/7) ■ 球面の方程式② ■

◇ 《球面と平面が交わってできる円》 **学力化** → / .

★演習★【4】

中心が点(1, -3, 2)で、原点を通る球面をSとする。

Sとyz平面の交わりは円になる。この円の中心と半径を求めなさい。

[答 案]

【注】授業で使う「テキスト(プリント)」には、

- ・解法の全体の方針や流れを示すガイド (【考え方】) や
- ・答案作成フォーマット(共通テストに準じた誘導ガイド) が印刷されています。