発展

＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４　位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（１／７）

球面のベクトル方程式

◇《球面のベクトル方程式》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

点Ｏを原点とする座標平面において，Ａ（５，４，－２）とする。
$|\overrightarrow{OP}|^2-2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}+36=0$　…①を満たす点Ｐ（χ，ｙ，ｚ）の集合はどのような図形を表すか。また，その方程式をχ，ｙ，ｚを用いて表しなさい。

【考え方】**球面のベクトル方程式**

［１］$|\vec{p}-\vec{c}|=r$　…中心Ｃ（$\vec{c}$），半径ｒ

［２］$(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$　…２点Ａ（$\vec{a}$），Ｂ（$\vec{b}$）が直径の両端

これは，平面で円を表すベクトル方程式と同じ形である。
そこで，与えられたベクトル方程式を変形して，いずれかの形を導く。
この問題では，$\overrightarrow{OP}$ についての式を平方完成し，平方根をとって［１］の形へもっていけばよい。

［答　　案］

1（①を $|\vec{p}-\vec{c}|^2=r^2$ の形に変形する）

$|\overrightarrow{OP}|^2-2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}+|\overrightarrow{OA}|^2-|\overrightarrow{OA}|^2+36=0$　◀平方完成

$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|^2=|\overrightarrow{OA}|^2-36$　…②　◀ $|\vec{p}-\vec{c}|^2=r^2$ の形を導く

2（②を球面のベクトル方程式（$|\vec{p}-\vec{c}|=r$）の形に変形する）

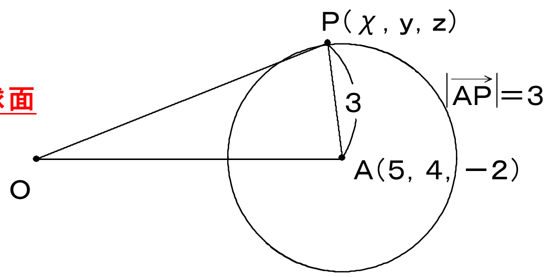
②において，$|\overrightarrow{OA}|^2=5^2+4^2+(-2)^2=45$ であるから，　◀三平方の定理

$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|^2=9$　◀ $|\overrightarrow{OA}|^2-36=45-36=9$

平方根をとって，$|\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}|=3$　◀ $|\vec{p}-\vec{c}|=r$ の形を導く。

3（点Ｐの軌跡を求める）

よって，点Ｐの集合は
中心が Ａ（５，４，－２），半径が３の球面
を表す。



4（球面の方程式を求める）

ゆえに，その方程式は，
$(\chi-5)^2+(y-4)^2+(z+2)^2=9$　◀球面の方程式の標準形

｜メニューへ戻る｜

発展 ＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（２／７）

◇《球面のベクトル方程式》学力化➡　／　，

★理解のチェック★

定点O（０，０，０），A（４，４，４）および点Q（χ'，y'，z'）があり，

$\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OQ}-2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OA}=4$　…①が満たされている。

いま，点P（χ，y，z）が$\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OQ}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OA}$　…②で与えられているとする。

点Qが①を満たす範囲で動くとき，点Pの描く図形の方程式を求めなさい。　［小樽商大］

［答　　案］

【注】授業で使う「テキスト（プリント）」には，
・解法の全体の方針や流れを示すガイド（【考え方】）や
・答案作成フォーマット（共通テストに準じた誘導ガイド）
が印刷されています。

｜メニューへ戻る｜

発展

＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（３／７）

◇《球面のベクトル方程式》**学力化**➡　／　，

◇発展演習◇【１】

原点をOとする空間内に，２点A（２，２，０），B（０，０，１）がある。

点P（χ，y，z）が等式 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=3$ を満たすように動くとき，点Pはどのような図形上を動くか。また，その図形の方程式を求めなさい。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

発展

＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４ 位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（４／７）

◇《球面のベクトル方程式》 学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【２】

空間内に，３点Ａ(５，０，０)，Ｂ(０，３，０)，Ｃ(３，６，０)がある。

点Ｐ(x，ｙ，ｚ)が $\overrightarrow{PA}\cdot(2\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=0$ を満たしながら動くとき，点Ｐはどのような図形上を動くか。また，その図形の方程式を求めなさい。

［答　　案］

発展 ＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル
4 位置ベクトル（その４）
【No.２３の後で学習☆発展問題】（５／７）

球面に接する球面

◇《球面に接する球面》学力化➡　／　,

★解法の技術★

次のような球面の方程式を求めなさい。
点（－２，４，０）を中心とし，
球面　$x^2+y^2+z^2-8x+4y-6z+4=0$　に接する球面

【考え方】球面に接する球面は，内接と外接の２つあることに注意！

［答　　案］

1（条件である球面の方程式の中心と半径を求める）

球面　$x^2+y^2+z^2-8x+4y-6z+4=0$　は，　◀標準形に変形する。

$(x-4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$　◀x，y，zのそれぞれについて平方完成

より，中心（４，－２，３），半径５の球面である。

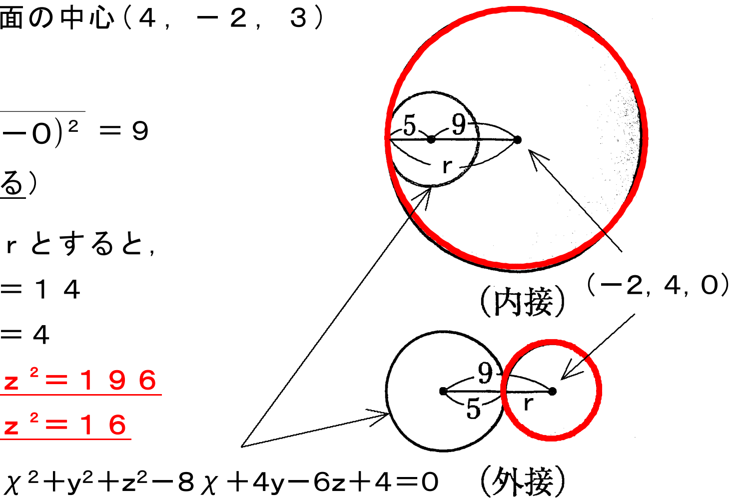
2（２つの球面の中心間の距離を求める）

点（－２，４，０）と条件である球面の中心（４，－２，３）
との距離は，

$$\sqrt{(4+2)^2+(-2-4)^2+(3-0)^2}=9$$

3（接する２つの球面の方程式を求める）

したがって，求める球面の半径を r とすると，
　内接する場合，　$r=9+5=14$
　外接する場合，　$r=9-5=4$
よって，$(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=196$
　　　　$(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=16$



｜メニューへ戻る｜

発展

＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（６／７）

◇《球面に接する球面》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

次のような球面の方程式を求めなさい。

点$(1,\ 2,\ -1)$を中心とし，

球面 $x^2+y^2+z^2-6x+8y-4z-7=0$ に接する球面

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

発展

＊２３

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その４）

【No.２３の後で学習☆発展問題】（７／７）

◇《球面に接する球面》学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【３】

次のような球面の方程式を求めなさい。

点$(3,\ 2,\ 4)$を中心とし，

球面 $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=5$ に接する球面

［答　　案］