発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４ 位置ベクトル（その３）

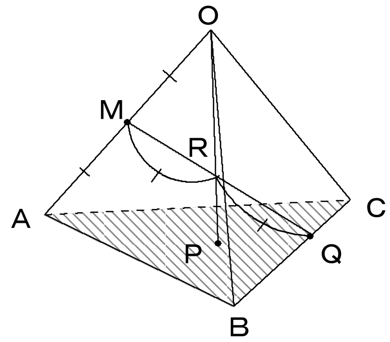
【No.２２の後で学習☆発展問題】（１／６）

平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》学力化➡　　／　　，

★解法の技術★

四面体ＯＡＢＣの辺ＯＡの中点をＭ，辺ＢＣを２：１に内分する点をＱ，線分ＭＱの中点をＲとし，直線ＯＲと平面ＡＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とするとき，$\overrightarrow{OP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。



［答　　案］

1（共線条件を示す）

点Ｐは直線ＯＲ上の点なので，ｋを実数として

$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OR}$

と表せる。

ここで，

・点Ｍは辺ＯＡの中点であるから，

$$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{a}$$

・点Ｑは辺ＢＣを２：１に内分する点であるから，

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{1\vec{b}+2\vec{c}}{2+1}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}$$

・点Ｒは線分ＭＱの中点であるから，

$$\overrightarrow{OR}=\frac{\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}}{2}=\frac{3\vec{a}+2\vec{b}+4\vec{c}}{12}$$

$$=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}$$

よって，

$$\overrightarrow{OP}=k\left(\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{6}\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}\right)$$

$$=\frac{1}{4}k\vec{a}+\frac{1}{6}k\vec{b}+\frac{1}{3}k\vec{c}\quad\cdots①$$

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

2（共面条件を示す）

また，点Ｐは平面ＡＢＣ上にあるので，

$\overrightarrow{OP}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$，　$s+t+u=1$　…②

である。

3（係数を比較し，ｋの値を求める）

①と②の係数を比較して，

$\frac{1}{4}k=s$，　$\frac{1}{6}k=t$，　$\frac{1}{3}k=u$ で，

また，　$s+t+u=1$ であるから，

$$\frac{1}{4}k+\frac{1}{6}k+\frac{1}{3}k=1$$

$$3k+2k+4k=12$$

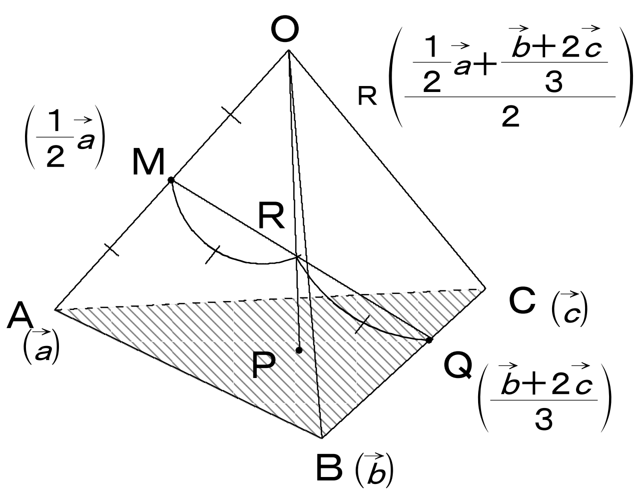
$9k=12$ より，　$k=\frac{4}{3}$　…③

4（答をまとめる）

③を①に代入して，

$$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}\vec{a}+\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{3}\vec{b}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}\vec{c}$$

$$=\underline{\frac{1}{3}\vec{a}+\frac{2}{9}\vec{b}+\frac{4}{9}\vec{c}}$$



発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４ 位置ベクトル（その３）

【No.２２の後で学習☆発展問題】（２／６）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》 学力化➡　　／　　，

★理解のチェック★

四面体ＯＡＢＣの辺ＯＡを１：２に内分する点をＤ，辺ＢＣを３：２に内分する点をＥ，線分ＤＥの中点をＭとし，直線ＯＭと平面ＡＢＣの交点をＰとする。

また，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。

［答　　案］

【注】授業で使う「テキスト（プリント）」には，

・解法の全体の方針や流れを示すガイド（【考え方】）や

・答案作成フォーマット（共通テストに準じた誘導ガイド）

が印刷されています。

発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４ 位置ベクトル（その３）

【№２２の後で学習☆発展問題】（３／６）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》**学力化**➡　　／　　，

◇発展演習◇【１】

四面体ＯＡＢＣの辺ＯＡ，ＯＢ，ＯＣをそれぞれ１：２，１：１，２：１に内分する点を順にＤ，Ｅ，Ｆとする。頂点Ｏと△ＤＥＦの重心Ｇを通る直線が，３点Ａ，Ｂ，Ｃの定める平面ＡＢＣと交わる点をＰとするとき，$\overrightarrow{OP}$ を，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ で表しなさい。

［答　　案］

発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

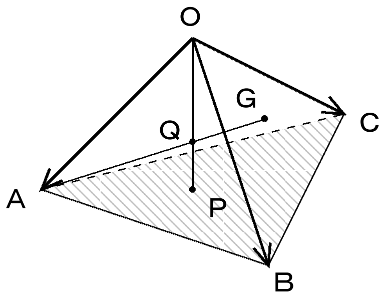
4 位置ベクトル（その３）

【No.２２の後で学習☆発展問題】（４／６）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》**学力化**➡　／　，

◇発展演習◇【２】

四面体ＯＡＢＣにおいて，△ＯＢＣの重心をＧ，線分ＡＧの中点をＱとし，直線ＯＱと平面ＡＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とするとき，$\overrightarrow{OP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。



［答　　案］

発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その３）

【No.２２の後で学習☆発展問題】（５／６）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》 学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【３】

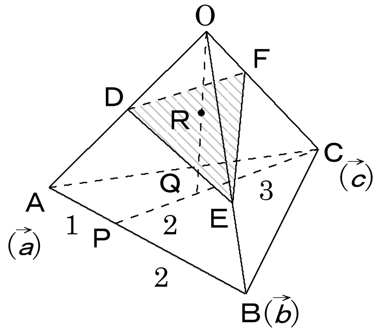
四面体ＯＡＢＣにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とする。

(1) 線分ＡＢを１：２に内分する点をＰとし，線分ＰＣを２：３に内分する点をＱとする。$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。

(2) Ｄ，Ｅ，ＦはそれぞれＯＡ，ＯＢ，ＯＣ上の点で，

$\mathrm{OD}=\dfrac{1}{2}\mathrm{OA}$，$\mathrm{OE}=\dfrac{2}{3}\mathrm{OB}$，$\mathrm{OF}=\dfrac{1}{3}\mathrm{OC}$ とする。

３点Ｄ，Ｅ，Ｆを含む平面と線分ＯＱの交点をＲとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。



［答　　案］

発展

＊２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その３）

【No.２２の後で学習☆発展問題】（６／６）

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル（発展）》**学力化**➡　　／　　,

◇発展演習◇【４】

四面体ＡＢＣＤの辺ＢＣの中点をＰ，線分ＰＤの中点をＱ，線分ＡＱの中点をＲとする。また，直線ＢＲと平面ＡＣＤの交点をＳとする。

$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$とするとき，$\overrightarrow{AS}$を$\vec{c}$，$\vec{d}$を用いて表しなさい。

［答　　案］