２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

4 位置ベクトル（その３）

（１／６）■　同じ平面上にある点②　■

平面と直線の交点の位置ベクトル

★知識の整理★

【１】平面上の点の位置ベクトル（平面）

２つのベクトルがあれば，それと同じ平面上にあるどんな点も，その２つのベクトルを使って表すことができます。

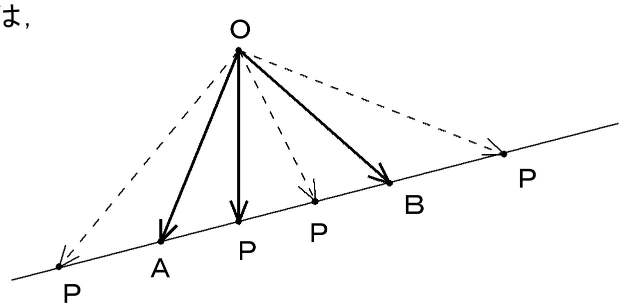
これを式で表すと，次のようになります。

$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$　　◀意味：$\overrightarrow{OA}$ を何倍かし，$\overrightarrow{OB}$ を何倍かして足すと，$\overrightarrow{OP}$ となる。

特に，「点Ｐが直線ＡＢ上にある」ときは，

$s + t = 1$　　◀超重要！

となります。



【２】平面ＡＢＣ上の点の位置ベクトル（空間）

上の【１】と同じことが，空間でもいえます。

たとえば，空間上に，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ があれば，空間のどんな点（$\overrightarrow{OP}$）も，その３つのベクトルを使って表すことができます。

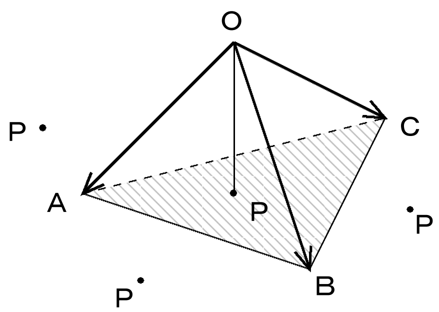
これを式で表すと，次のようになります。

$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} + u\overrightarrow{OC}$

特に，「点Ｐが平面ＡＢＣ上にある」ときは，

$s + t + u = 1$　　◀超重要！

となります。



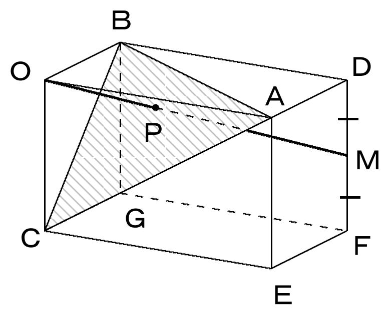
２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル
４　位置ベクトル（その３）
（２／６）■　同じ平面上にある点②　■

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル》**学力化**➡　　／　，

★解法の技術★

右の図のような直方体において，辺ＤＦの中点をＭ，線分ＯＭと平面ＡＢＣの交点をＰとする。
$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。



【考え方】「**交点の位置ベクトル　２通りに表し係数比較**」に沿って考える。

$\boxed{1}$ 点Ｐは直線ＯＭ上の点なので，$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OM}$（ｋは実数）と表される。
$\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表す。…①

$\boxed{2}$ 点Ｐは平面ＡＢＣ上にあるので，
$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}+u\overrightarrow{OC}$，　$\mathbf{s+t+u=1}$　（係数の和が１）である。
$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表す。…②

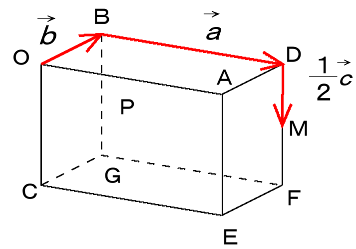
$\boxed{3}$ ①，②の係数を比較することでｋの値を求める。

［答　　案］

$\boxed{1}$（共線条件を示す）

点Ｐは直線ＯＭ上の点なので，ｋを実数として

$$\overrightarrow{OP}=k\overrightarrow{OM}$$
◀共線条件
$$=k(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DM})$$
◀$\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せるように分解する
$$=k\left(\vec{b}+\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)$$
$$=k\vec{a}+k\vec{b}+\frac{1}{2}k\vec{c}\quad\cdots①$$



$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DM}$

$\boxed{2}$（共面条件を示す）

また，点Ｐは平面ＡＢＣ上にあるので，
$\overrightarrow{OP}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$，　$s+t+u=1$　…②　◀共面条件
である。

$\boxed{3}$（係数を比較し，ｋの値を求める）

①，②より，$k+k+\frac{1}{2}k=1$

◀①と②の係数を比べて
$\begin{cases} k=s,\ k=t,\ \frac{1}{2}k=u \\ s+t+u=1 \end{cases}$
より，
$k+k+\frac{1}{2}k=1$

$\frac{5}{2}k=1$ より，$k=\frac{2}{5}$　…③

$\boxed{4}$（答をまとめる）

③を①に代入して，　$\overrightarrow{OP}=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{2}{5}\vec{b}+\frac{1}{5}\vec{c}$

２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

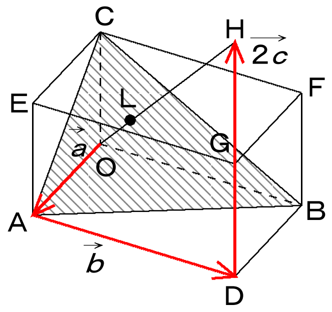
4 位置ベクトル（その３）

（３／６）■　同じ平面上にある点②　■

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

正六面体ＯＡＤＢ－ＣＥＧＦにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とする。辺ＤＧの延長上に$\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{GH}$となる点Ｈをとる。直線ＯＨと平面ＡＢＣの交点をＬとするとき，$\overrightarrow{OL}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。



［答　　案］

２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

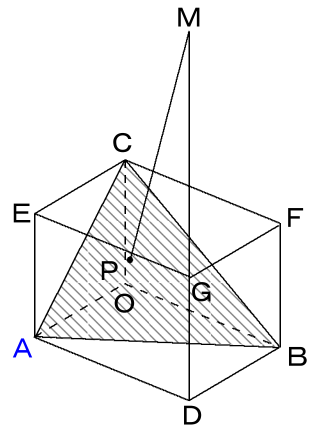
4 位置ベクトル（その３）

（４／６）■　同じ平面上にある点②　■

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

正六面体ＯＡＤＢ－ＣＥＧＦにおいて，辺ＤＧのＧを越える延長上にＧＭ＝２ＤＧとなるように点Ｍをとり，直線ＯＭと平面ＡＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とするとき，$\overrightarrow{OP}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。



［答　　案］

２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

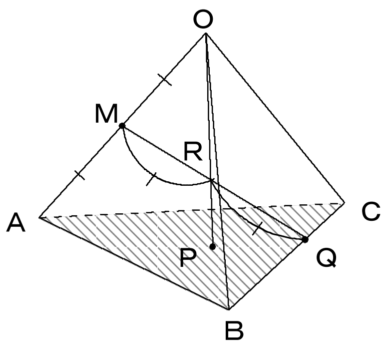
４ 位置ベクトル（その３）

（５／６）■　同じ平面上にある点②　■

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル》**学力化**➡　　／　，

★演習★【２】

四面体ＯＡＢＣの辺ＯＡの中点をＭ，辺ＢＣを２：１に内分する点をＱ，線分ＭＱの中点をＲとし，直線ＯＲと平面ＡＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。



［答　　案］

1（共線条件を示す）

点Ｐは直線ＯＲ上の点なので，ｋを実数として

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【空間のベクトル　No.２２（５／６）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

2（共面条件を示す）

また，点Ｐは平面ＡＢＣ上にあるので，

3（係数を比較し，ｋの値を求める）

①と②の係数を比較して，

4（答をまとめる）

③を①に代入して，

２２

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

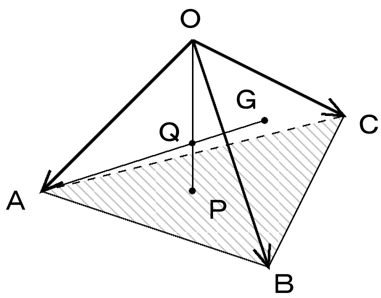
4 位置ベクトル（その３）

（６／６）■　同じ平面上にある点②　■

◇《平面と直線の交点の位置ベクトル》 学力化➡　　／　　，

★演習★【３】

四面体ＯＡＢＣにおいて，△ＯＢＣの重心をＧ，線分ＡＧの中点をＱとし，直線ＯＱと平面ＡＢＣの交点をＰとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表しなさい。



［答　　案］