２０

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

４ 位置ベクトル（その２）

（１／３）■　内積の利用②　■

垂直の証明②（内積の定義を使って）

◇《垂直の証明（内積の定義を使って）》 学力化➡　　／　，

★解法の技術★

正四面体ＡＢＣＤにおいて，ＡＢ⊥ＣＤであることをベクトルを用いて証明しなさい。

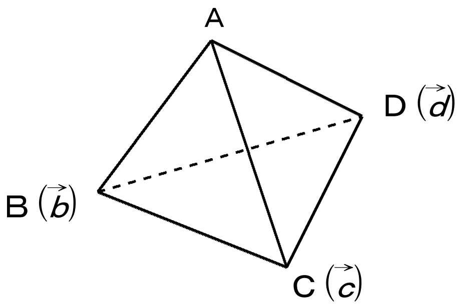
【考え方】ＡＢ⊥ＣＤを証明するには，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$ を示せばよい。　◀証明方法の差し替え

$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ のとき $\vec{a}\perp\vec{b}$ $\Longleftrightarrow$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

しかし，この問題では，正四面体の辺の関係に関する条件が与えられていないので，正四面体の性質と内積の定義を使って，条件を導き出す。

［答　　案］

0（図をかく）



◀Aを基点として，位置ベクトルを表示する（基点をOとするとめんどう！）

1（位置ベクトルを定義する）

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。

2（証明方法の差し替えとその証明）

ＡＢ⊥ＣＤを証明するには，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$ を示せばよい。

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC})$

$=\vec{b}\cdot(\vec{d}-\vec{c})=\vec{b}\cdot\vec{d}-\vec{b}\cdot\vec{c}$　…①

◀$\overrightarrow{CD}$ をAを基点とするベクトルで書きかえる。

$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}$
$=\vec{d}-\vec{c}$

ここで，ＡＢＣＤは正四面体であり，

$\vec{b}$ と $\vec{d}$，$\vec{b}$ と $\vec{c}$ のなす角はともに６０°であるから，

$\vec{b}\cdot\vec{d}=|\vec{b}||\vec{d}|\cos 60^\circ$

$\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}||\vec{c}|\cos 60^\circ$

$|\vec{d}|=|\vec{c}|$ より，　◀正三角形の一辺

$\vec{b}\cdot\vec{d}=\vec{b}\cdot\vec{c}$　…②

①と②より，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\vec{b}\cdot\vec{d}-\vec{b}\cdot\vec{c}=0$

3（結論を書く）

よって，$\overrightarrow{AB}\neq\vec{0}$，$\overrightarrow{CD}\neq\vec{0}$ であるから，ＡＢ⊥ＣＤといえる。

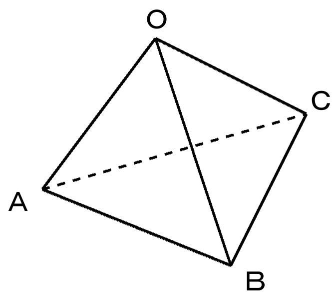
｜メニューへ戻る｜

２０	第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル **4** 位置ベクトル（その２） （２／３）■　内積の利用②　■

◇《垂直の証明(内積の定義を使って)》**学力化**➡　　／　，

★理解のチェック★

正四面体ＯＡＢＣにおいて，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とする。△ＡＢＣの重心をＧとすると，ＯＧ⊥ＡＢであることをベクトルを用いて証明しなさい。



［答　　案］

授業で使う「テキスト(プリント)」には，
・解法の全体の方針や流れを示すガイド（【考え方】）と，
・答案作成フォーマット(共通テストに準じた誘導ガイド)
が印刷されています。

２０

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

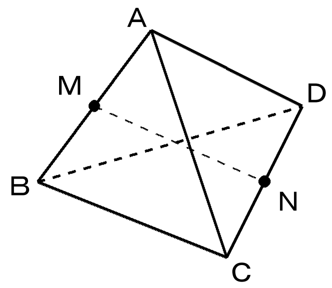
４ 位置ベクトル（その２）

（３／３）■　内積の利用②　■

◇《垂直の証明(内積の定義を使って)》 学力化➡　　／　，

★演習★【１】

正四面体ＡＢＣＤにおいて，辺ＡＢの中点をＭ，辺ＣＤの中点をＮとするとき，ＭＮ⊥ＣＤを証明しなさい。



［答　　案］