１８

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

**４** 位置ベクトル（その１）

（１／５）■　内分点，外分点　■

## 空間における位置ベクトル

＊空間における位置ベクトルは，平面の場合とまったく同じです。

平面の位置ベクトルについて，次の項目を復習しておきましょう。

「ベクトルと図形」No.１（１／８）　位置ベクトル　【１】位置ベクトルとは？
No.１（２／８）　分点の位置ベクトル　【１】内分点の位置ベクトル
【２】外分点の位置ベクトル
【３】中点の位置ベクトル
No.１（３／８）　★解法の技術★
No.２（１／９）　三角形の重心　【１】重心Ｇの位置ベクトル
No.２（２／９）　★解法の技術★
No.２（３／９）　問題を解くための資料

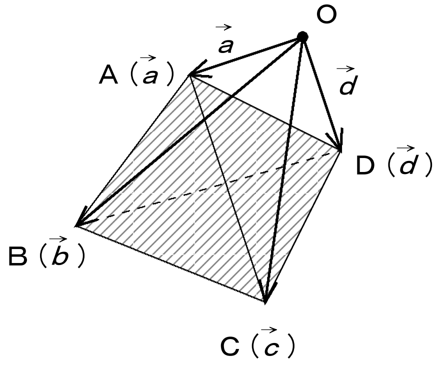
★知識の整理★

### 【１】位置ベクトル

空間においても，基点Ｏを定めておくと，点Ａの位置は，

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$

というベクトル$\vec{a}$で決まる。この$\vec{a}$を，Ｏを基点としたときの点Ａの位置ベクトルといい，点ＡをＡ$(\vec{a})$で表す。




### 【２】線分，内分点，外分点，中点，重心の位置ベクトル

空間ベクトルについても，次のことがいえる。

$\boxed{1}$　２点Ａ$(\vec{a})$，Ｂ$(\vec{b})$に対して，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$　　◀後－前

$\boxed{2}$　２点Ａ$(\vec{a})$，Ｂ$(\vec{b})$に対して，線分ＡＢをｍ：ｎに内分する点をＰ$(\vec{p})$，外分する点をＱ$(\vec{q})$とすると，

$$\vec{p}=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n},\qquad \vec{q}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$

とくに，線分ＡＢの中点をＭ$(\vec{m})$とすると，$\vec{m}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

$\boxed{3}$　３点Ａ$(\vec{a})$，Ｂ$(\vec{b})$，Ｃ$(\vec{c})$を頂点とする△ＡＢＣの重心をＧ$(\vec{g})$とすると，

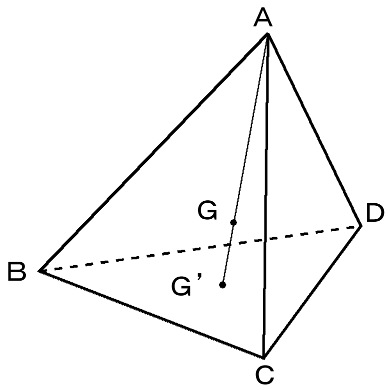
$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

（次のページへつづく）↗

□□　【空間のベクトル　No．１８（１／５）】　ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

（例）　４点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)，Ｄ($\vec{d}$)を頂点とする四面体ＡＢＣＤにおいて，△ＢＣＤの重心をＧ'($\vec{g'}$)，線分ＡＧ'を３：１に内分する点をＧ($\vec{g}$)とする。このとき，$\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を用いて表してみよう。




$\vec{g'}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{3}$ より，

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+3\vec{g'}}{3+1}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}}{4}$$

＊この点Ｇを四面体ＡＢＣＤの重心という。

１８

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル
**４** 位置のベクトル（その１）
（２／５）■　内分点，外分点　■

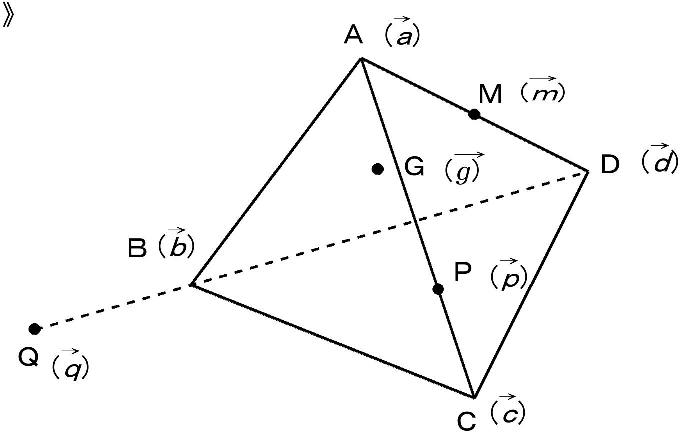
◇《内分点，外分点，重心，中点の位置ベクトル》学力化➡　／　，

★解法の技術★

４点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)，Ｄ($\vec{d}$) を頂点とする四面体ＡＢＣＤにおいて，次のベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$を用いて表しなさい。ただし，△ＡＢＣの重心をＧとする。
(1) 辺ＡＣを３：２に内分する点Ｐの位置ベクトル$\vec{p}$
(2) 辺ＢＤを１：４に外分する点Ｑの位置ベクトル$\vec{q}$
(3) $\overrightarrow{PQ}$
(4) 線分ＡＤの中点をＭとするとき，$\overrightarrow{GM}$

［答　　案］

《図をかく》




(1) <u>辺ＡＣを３：２に内分する点Ｐの位置ベクトル$\vec{p}$</u>

点Ｐは辺ＡＣを３：２に内分する点であるから，

$$\vec{p}=\frac{2\vec{a}+3\vec{c}}{3+2}=\frac{2\vec{a}+3\vec{c}}{5}$$

(2) <u>辺ＢＤを１：４に外分する点Ｑの位置ベクトル$\vec{q}$</u>

点Ｑは辺ＢＤを１：４に外分する点であるから，

$$\vec{q}=\frac{-4\vec{b}+\vec{d}}{1-4}=-\frac{-4\vec{b}+\vec{d}}{3}=\frac{4\vec{b}-\vec{d}}{3}$$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜



↗（前のページからのつづき）

(3) $\overrightarrow{PQ}$

$\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p}$　◀「後－前」: 次頁【注】を参照

$$= \frac{4\vec{b} - \vec{d}}{3} - \frac{2\vec{a} + 3\vec{c}}{5}$$　◀(1), (2) の位置ベクトル

$$= \frac{5(4\vec{b} - \vec{d}) - 3(2\vec{a} + 3\vec{c})}{15}$$

$$= \frac{20\vec{b} - 5\vec{d} - 6\vec{a} - 9\vec{c}}{15}$$

$$= \frac{-6\vec{a} + 20\vec{b} - 9\vec{c} - 5\vec{d}}{15}$$

(4) 線分ＡＤの中点をＭとするとき，$\overrightarrow{GM}$

$\overrightarrow{GM} = \vec{m} - \vec{g}$ なので，$\vec{m}$ と $\vec{g}$ を求めると，

1　$\vec{m}$ は線分ＡＤの中点であるから，

$$\vec{m} = \frac{\vec{a} + \vec{d}}{2}$$

2　$\vec{g}$ は△ＡＢＣの重心であるから，

$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

3　よって，

$\overrightarrow{GM} = \vec{m} - \vec{g}$

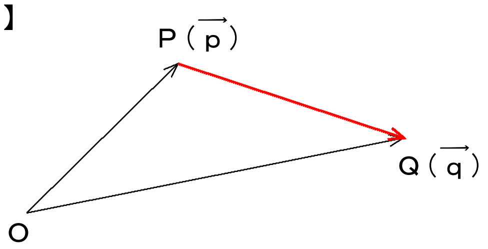
$$= \frac{\vec{a} + \vec{d}}{2} - \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

$$= \frac{3(\vec{a} + \vec{d}) - 2(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})}{6}$$

$$= \frac{3\vec{a} + 3\vec{d} - 2\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c}}{6}$$

$$= \frac{\vec{a} - 2\vec{b} - 2\vec{c} + 3\vec{d}}{6}$$

【注】




$\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ}$

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$

$= \vec{q} - \vec{p}$　◀後－前

１８

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

**4** 位置のベクトル（その１）

（３／５）■　内分点，外分点　■

◇《内分点，外分点，重心，中点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

空間における３点Ａ，Ｂ，Ｃの位置ベクトルを，それぞれ$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$とする。次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$で表しなさい。

(1) 線分ＡＢを３：４に内分する点Ｄ

(2) 線分ＢＣを２：３に外分する点Ｅ

(3) 線分ＡＣの中点Ｍ

(4) △ＡＢＭの重心Ｇ

［答　　案］

１８

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

**4** 位置のベクトル（その１）

（４／５）■　内分点，外分点　■

◇《内分点，外分点，重心，中点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)，Ｄ($\vec{d}$) を頂点とする四面体ＡＢＣＤの辺ＢＣを１：２に内分する点をＰ，線分ＤＰを３：５に外分する点をＱ，線分ＡＱの中点をＲとする。次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$で表しなさい。

(1)　点Ｐ

(2)　点Ｑ

(3)　点Ｒ

［答　　案］

１８

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

**4** 位置のベクトル（その１）

（５／５）■　内分点，外分点　■

◇《内分点，外分点，重心，中点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

四面体ＡＢＣＤにおいて，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。辺ＢＣの中点をＭ，辺ＣＤを３：１に内分する点をＮ，△ＡＢＣの重心をＧとするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ で表しなさい。

(1) $\overrightarrow{MN}$

(2) $\overrightarrow{GN}$

［答　　案］