	１ ４	第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル **２**　空間のベクトル（その８） （１／４）■　大きさの最小値　■

大きさの最小値

◇《大きさの最小値》 **学力化** ➡　　／　，

★解法の技術★

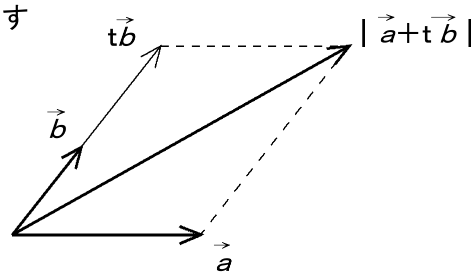
> $\vec{a}=(1,\ 1,\ -1)$，$\vec{b}=(2,\ -1,\ -1)$とするとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|$の最小値を求めなさい。また，そのときの t の値を求めなさい。

【考え方】$|\vec{a}+t\vec{b}|\geqq 0$であるから，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$が最小となるとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|$も最小となる。

このことを利用して，まず，<u>$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$の最小値</u>を求める。

1. $\vec{a}+t\vec{b}$の成分を求めて，
2. $|\vec{a}+t\vec{b}|^2$を計算すると，t の２次式になるから，２次式は基本形 $a(t-p)^2+q$ に直す
3. これより，最小値を読み取る。

$|\vec{p}|$ は $|\vec{p}|^2$として扱う！



［答　　案］

1（<u>成分を求める</u>）

$$\vec{a}+t\vec{b}=(1,\ 1,\ -1)+t(2,\ -1,\ -1)$$
$$=(1,\ 1,\ -1)+(2t,\ -t,\ -t)$$　◀実数倍の成分
$$=(1+2t,\ 1-t,\ -1-t)$$　◀和の成分

2（<u>大きさの２乗をとり，基本形に直す</u>）

$$|\vec{a}+t\vec{b}|^2=(1+2t)^2+(1-t)^2+(-1-t)^2$$　◀三平方の定理
$$=6t^2+4t+3$$
$$=6\left(t^2+\frac{2}{3}t+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)+3$$
$$=6\left(t+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{7}{3}\quad\cdots①$$

3（<u>最小値を読み取る</u>）

①より，$|\vec{a}+t\vec{b}|^2$は，$t=-\dfrac{1}{3}$のとき，最小値$\dfrac{7}{3}$をとる。

4（<u>答をまとめる</u>）

よって，$|\vec{a}+t\vec{b}|$は，<u>$t=-\dfrac{1}{3}$ のとき，最小値$\dfrac{\sqrt{21}}{3}$ をとる。</u>

｜メニューへ戻る｜

１４

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

２ 空間のベクトル（その８）

（２／４）■　大きさの最小値　■

◇《大きさの最小値》**学力化**➡　／　，

★理解のチェック★

$\vec{a}=(-3,\ -2,\ 4)$，$\vec{b}=(1,\ 0,\ 2)$に対して，$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{b}$とする。ｔが実数値をとって変化するとき，$|\vec{p}|$の最小値を求めなさい。また，そのときのｔの値を求めなさい。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

１４

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

２ 空間のベクトル（その８）

（３／４）■　大きさの最小値　■

◇《大きさの最小値》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

原点Ｏと３点Ｐ（１，２，１），Ｑ（２，１，２），Ｒ（１，－２，３）について，

$\left| x\overrightarrow{OP}+y\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR}\right|$ の最小値と，そのときの実数 x，y の値を求めなさい。

【考え方】$\left| x\overrightarrow{OP}+y\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR}\right|^2$ を考える。

［答　案］

｜メニューへ戻る｜

１４

第３章　空間座標とベクトル　１・空間のベクトル

２ 空間のベクトル（その８）

（４／４）■　大きさの最小値　■

◇《大きさの最小値》学力化➡　／　，

★演習★【２】

$\vec{a}=(1,\ 1,\ 1)$，$\vec{b}=(1,\ 1,\ 0)$，$\vec{c}=(1,\ -1,\ 1)$とするとき，
$|s\vec{a}+t\vec{b}+\vec{c}|$の最小値と，そのときの実数$s$，$t$の値を求めなさい。

［答　　案］