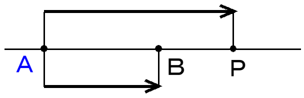
｜メニューへ戻る｜

平行四辺形の場合

★知識の整理★

【１】一直線上にある３点

３点Ａ，Ｂ，Ｐが一直線上にあることは，２つのベクトル$\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{AP}$が平行であることと同じであるから，次のことがいえる。



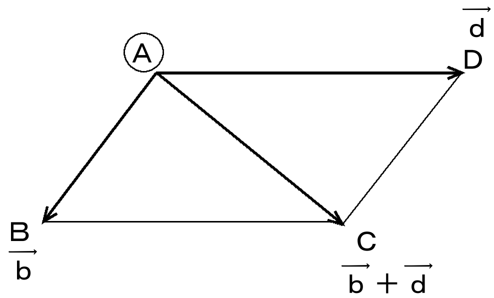
▼　一直線上にある３点　▼

３点Ａ，Ｂ，Ｐが一直線上にある。　$\Longleftrightarrow$　$\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB}$ となる実数ｋがある。

【２】３点が一直線上にあることの証明の方法

三角形や平行四辺形などの図形がある場合は，１つの頂点（どの頂点でもよい）を基点とした位置ベクトルを考える。

また，基点とした頂点を含む２辺上のベクトル$\vec{b}$，$\vec{d}$などとおき，この２つのベクトルを用いて他のベクトルを表す。



例えば…

平行四辺形ＡＢＣＤで，点Ａを基点とするとき，

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$とすると，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$だから，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}+\vec{d}$と表せる。

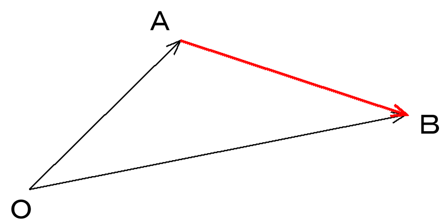
【３】位置ベクトルの問題の解き方の基本

位置ベクトルの問題は，まず基点をそろえる。

２点Ａ，Ｂに対して，点Ｏを基点とするベクトルで$\overrightarrow{AB}$を表すと，

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

▲　$\overrightarrow{\text{O(後の点)}}-\overrightarrow{\text{O(前の点)}}$



$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

★演習★の問題は数専ゼミ･東原教室で個人指導を受けることができます。

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

２ 位置ベクトルと図形（その２）

（２／５）■　一直線上にある３点②　■

★解法の技術★

平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＢＣを１：２に内分する点をＥ，対角線ＡＣを３：２に内分する点をＦとする。このとき，３点Ｄ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明しなさい。

【考え方】３点Ｄ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明するには，$\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{DF}$ と表せることを示す。

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とし，$\overrightarrow{DF}$ と $\overrightarrow{DE}$ を $\vec{b}$ と $\vec{d}$ を用いて表す。

［考える手順］

1 位置ベクトルを定義する

2 $\overrightarrow{DF}$ と $\overrightarrow{DE}$ を位置ベクトルの $\vec{b}$ と $\vec{d}$ で表す

3 $\overrightarrow{DE}=k\overrightarrow{DF}$ を示す

［答　案］

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とすると，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}+\vec{d}$ となる。

・点ＦはＡＣを３：２に内分する点だから，

$$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AD}$$
$$=\frac{3}{5}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$$
$$=\frac{3}{5}(\vec{b}+\vec{d})-\vec{d}$$
$$=\frac{3\vec{b}-2\vec{d}}{5}=\frac{1}{5}(3\vec{b}-2\vec{d})\quad\cdots①$$

・点ＥはＢＣを１：２に内分する点だから，

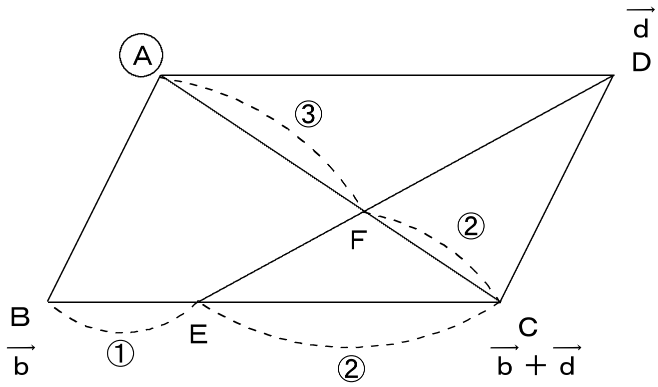
$$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}$$
$$=\frac{2\vec{b}+(\vec{b}+\vec{d})}{1+2}-\vec{d}$$
$$=\frac{3\vec{b}-2\vec{d}}{3}=\frac{1}{3}(3\vec{b}-2\vec{d})\quad\cdots②$$

①と②より，$\overrightarrow{DE}=\frac{5}{3}\overrightarrow{DF}$　◀【注】

よって，３点Ｄ，Ｅ，Ｆは一直線上にある。

【注】$\overrightarrow{DE}$ は，$\overrightarrow{DF}$ の何倍かを調べる。

$$\frac{1}{3}\div\frac{1}{5}=\frac{5}{3}$$



４

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

２ 位置ベクトルと図形（その２）

（３／５）■　一直線上にある３点②　■

◇《一直線上にある３点／平行四辺形》学力化➡　／　，

★理解のチェック★

平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＣＤを３：２に内分する点をＥ，対角線ＢＤを５：２に内分する点をＦとする。このとき，３点Ａ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明しなさい。

［答　案］

★演習★の問題は数専ゼミ･東原教室で個人指導を受けることができます。

｜メニューへ戻る｜

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

2 位置ベクトルと図形（その２）

（４／５）■　一直線上にある３点②　■

◇《一直線上にある３点／平行四辺形》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＣＤを１：２に内分する点をＥ，辺ＢＣを３：１に外分する点をＦとする。このとき，３点Ａ，Ｅ，Ｆは一直線上にあることを証明しなさい。

［答　　案］

★演習★の問題は数専ゼミ･東原教室で個人指導を受けることができます。

｜メニューへ戻る｜

4

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

2 位置ベクトルと図形（その２）

（５／５）■　一直線上にある３点②　■

◇《一直線上にある３点／平行四辺形》**学力化**➡　　／　，

★演習★【２】

平行四辺形ＡＢＣＤにおいて，辺ＡＢの中点をＥ，線分ＥＤを１：２に内分する点をＦとする。このとき，３点Ａ，Ｆ，Ｃは一直線上にあることを証明しなさい。

［答　　案］

★演習★の問題は数専ゼミ･東原教室で個人指導を受けることができます。