１

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

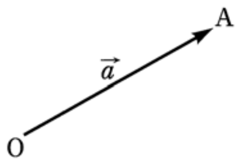
1 位置ベクトル（その１）

（１／８）■　分点の位置ベクトル　■

位置ベクトル

★知識の整理★

【１】位置ベクトルとは？



平面上で，点Ｏをあらかじめ定めておくと，この平面上の点Ａの位置は，

$$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$$

というベクトル $\vec{a}$ で決まる。

この $\vec{a}$ を，Ｏを基点としたときの点Ａの**位置ベクトル**という。

また，位置ベクトルが $\vec{a}$ である点Ａを，Ａ($\vec{a}$)と表す。

このように，平面上の点は位置ベクトルで表されることになる。

平面上の２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$$

であるから，次のことがいえる。

▼　位置ベクトルによる表示　▼

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，　$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$

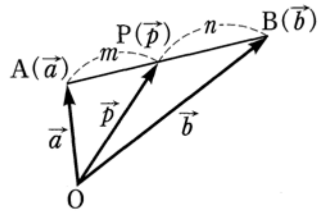
｜メニューへ戻る｜

分点の位置ベクトル

★知識の整理★

【１】内分点の位置ベクトル

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，線分ＡＢをｍ：ｎに内分する点Ｐの位置ベクトル $\vec{p}=\overrightarrow{OP}$ を求めてみよう。



$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}$$ ◀ベクトルの和

$$=\vec{a}+\frac{m}{m+n}(\vec{b}-\vec{a})$$

$$=\frac{\vec{a}(m+n)}{m+n}+\frac{m(\vec{b}-\vec{a})}{m+n}$$

$$=\frac{m\vec{a}+n\vec{a}+m\vec{b}-m\vec{a}}{m+n}$$ ◀ $\overrightarrow{AP}=\frac{m}{m+n}\overrightarrow{AB}$

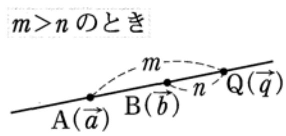
$$=\frac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$$ $=\frac{m}{m+n}(\vec{b}-\vec{a})$

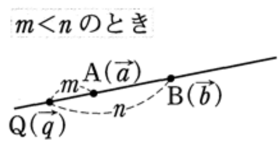
よって，$\vec{p}=\overrightarrow{OP}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$　◀内分点の位置ベクトル

【２】外分点の位置ベクトル

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)に対して，線分ＡＢをｍ：ｎに外分する点Ｑの位置ベクトル $\vec{q}=\overrightarrow{OQ}$ は，ｍ＞ｎ，ｍ＜ｎのいずれの場合でも，次のように，内分点の位置ベクトルのｎを－ｎに置きかえた式になります。

$$\vec{q}=\overrightarrow{OQ}=\frac{-n\vec{a}+m\vec{b}}{m-n}$$ ◀外分点の位置ベクトル





＊証明を知りたい人は，教科書や参考書などを調べてください。ここで大切なことは，この公式を問題の中で使えることであって，証明ができることではありません。

【３】中点の位置ベクトル

◀中点は1：1に内分する点

とくに，線分ＡＢの中点Ｍの位置ベクトル $\vec{m}$ は

$$\vec{m}=\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$$ ◀中点の位置ベクトル

1

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

1 位置ベクトル（その１）

（３／８）■　分点の位置ベクトル　■

★解法の技術★

２点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)について，次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表しなさい。

(1) 線分ＡＢを２：３に内分する点Ｃ

(2) 線分ＡＢを２：３に外分する点Ｄ

(3) 線分ＡＢの中点Ｍ

［答　　案］

(1) $\overrightarrow{OC}=\dfrac{3\vec{a}+2\vec{b}}{2+3}=\dfrac{3\vec{a}+2\vec{b}}{5}$

(2) $\overrightarrow{OD}=\dfrac{-3\vec{a}+2\vec{b}}{2-3}=\dfrac{-3\vec{a}+2\vec{b}}{-1}=3\vec{a}-2\vec{b}$

(3) $\overrightarrow{OM}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$

◇《分点の位置ベクトル》学力化➡　　／　　，

★理解のチェック★

３点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)について，次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。

(1) 線分ＡＢを３：２に内分する点Ｄ

(2) 線分ＣＡを１：２に内分する点Ｅ

(3) 線分ＡＢを５：２に外分する点Ｆ

(4) 線分ＢＣを３：４に外分する点Ｇ

(5) 線分ＡＢの中点Ｍ

［答　　案］

１

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

１ 位置ベクトル（その１）

（４／８）■　分点の位置ベクトル　■

◇《分点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

３点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)について，次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。

(1) 線分ＡＢを２：１に内分する点Ｄ
(2) 線分ＢＣを３：２に内分する点Ｅ
(3) 線分ＡＢを３：２に外分する点Ｆ
(4) 線分ＢＣを２：５に外分する点Ｇ
(5) 線分ＣＡの中点Ｍ

［答　　案］

◇《分点の位置ベクトル》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

３点Ａ($\vec{a}$)，Ｂ($\vec{b}$)，Ｃ($\vec{c}$)について，次の点の位置ベクトルを$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表しなさい。

(1) 線分ＡＢを１：３に内分する点Ｄ
(2) 線分ＣＡを５：３に内分する点Ｅ
(3) 線分ＢＣを３：１に外分する点Ｆ
(4) 線分ＢＡを１：２に外分する点Ｇ
(5) 線分ＢＣの中点Ｍ

［答　　案］

1

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

1 位置ベクトル（その１）

（５／８）■　分点の位置ベクトル　■

位置ベクトルが表す点の位置

◇《位置ベクトルが表す点の位置》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

平面上に△ＡＢＣと点Ｐがあって，$5\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ が成り立つとき，点Ｐはどのような位置にあるか。

【考え方】位置ベクトルの基点をＡとして，$\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ で表す。

［考える手順］

1 位置ベクトルを定義

2 ベクトルを位置ベクトルで表示できる形に分解

3 ベクトルを位置ベクトルで表し，$\vec{p}$ について解く

4 点Ｐの位置ベクトルより点Ｐの位置を説明する

［答　　案］

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AP}=\vec{p}$ とする。

$5\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ より，

$5\overrightarrow{PA}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+4(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP})=\vec{0}$

$5(-\vec{p})+3(\vec{b}-\vec{p})+4(\vec{c}-\vec{p})=\vec{0}$

$-5\vec{p}+3\vec{b}-3\vec{p}+4\vec{c}-4\vec{p}=\vec{0}$

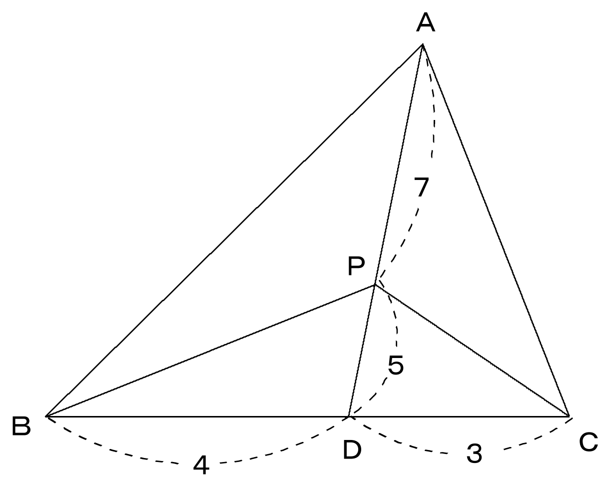
$-12\vec{p}=-3\vec{b}-4\vec{c}$

$$\vec{p}=\frac{3\vec{b}+4\vec{c}}{12}=\frac{7}{12}\times\frac{3\vec{b}+4\vec{c}}{4+3}$$

◀線分が４:３に内分されると，分母は４＋３＝７となる

辺ＢＣを４：３に内分する点をＤとすると，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{7}{12}\overrightarrow{AD}$

よって，辺ＢＣを４：３に内分する点をＤとすると，
点Ｐは，線分ＡＤを７：５に内分する位置にある。



｜メニューへ戻る｜

位置ベクトルが表す点の位置

◇《位置ベクトルが表す点の位置》学力化➡　／　，

★解法の技術★【別解】

平面上に△ＡＢＣと点Ｐがあって，$5\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ が成り立つとき，点Ｐはどのような位置にあるか。

【考え方】位置ベクトルの基点をＡとして，$\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ で表す。
小文字の位置ベクトルに置き換えないで説明してみます。

［答　　案］

1（点Ａを基点とした位置ベクトルでかき変える）

$5\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ より，

$5\overrightarrow{PA}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+4(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP})=\vec{0}$ 　◀後－前（No.1（1／8)を参照）

2（式を整理し，$\overrightarrow{AP}$ について解く）

$-5\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AP}+4\overrightarrow{AC}-4\overrightarrow{AP}=0$

$-12\overrightarrow{AP}=-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{12}=\dfrac{7}{12}\times\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{4+3}$

◀線分が4：3に内分されると，分母は4＋3＝7となる

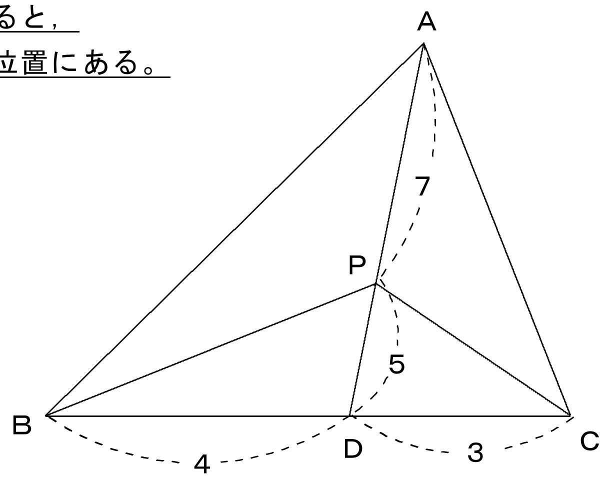
3（点Ｐの位置を読み取る）

辺ＢＣを４：３に内分する点をＤとすると，

$\overrightarrow{AP}=\dfrac{7}{12}\overrightarrow{AD}$ 　◀$\dfrac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{4+3}=\overrightarrow{AD}$

よって，

辺ＢＣを４：３に内分する点をＤとすると，
点Ｐは，線分ＡＤを７：５に内分する位置にある。



第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形
１ 位置ベクトル（その１）
（６／８）■　分点の位置ベクトル　■

◇《位置ベクトルが表す点の位置》学力化➡　　／　，

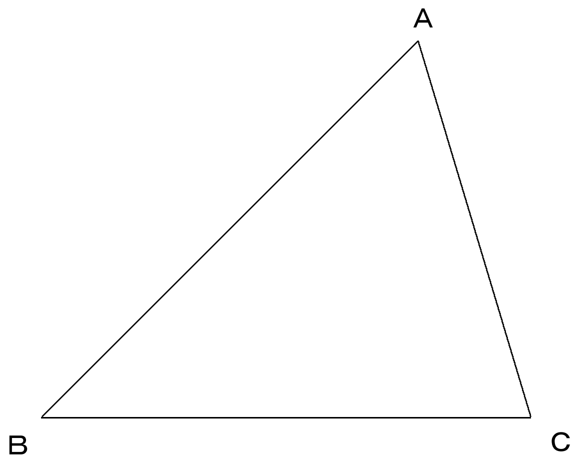
★理解のチェック★

△ＡＢＣと点Ｐに対して，６$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$＋３$\overrightarrow{\mathrm{BP}}$＋２$\overrightarrow{\mathrm{CP}}$＝$\overrightarrow{0}$が成り立っている。点Ｐの位置をいいなさい。

【考え方】位置ベクトルの基点をＡとして，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$を$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$で表す。

［答　　案］

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{p}$とする。



１

第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

1 位置ベクトル（その１）

（７／８）■　分点の位置ベクトル　■

◇《位置ベクトルが表す点の位置》学力化➡　　／　，

★演習★【３】

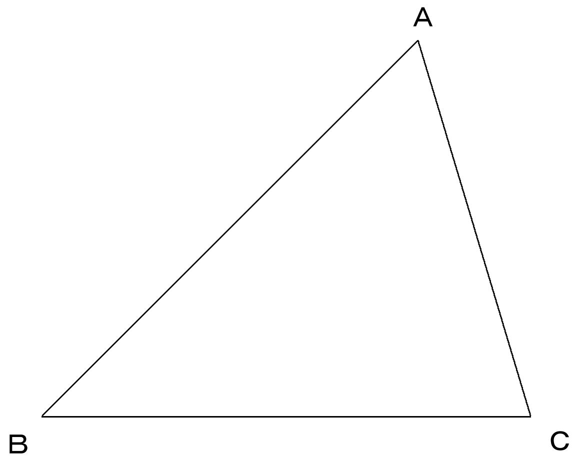
平面上に△ＡＢＣと点Ｐがあって，次の等式を満たすとき，点Ｐはどのような位置にあるか。

$$2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$$

【考え方】位置ベクトルの基点をＡとして，$\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ で表す。

［答　　案］

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AP}=\vec{p}$ とする。



第２章　平面上のベクトル　２・ベクトルと図形

１ 位置ベクトル（その１）

（８／８）■　分点の位置ベクトル　■

◇《位置ベクトルが表す点の位置》学力化➡　　／　，

★演習★【４】

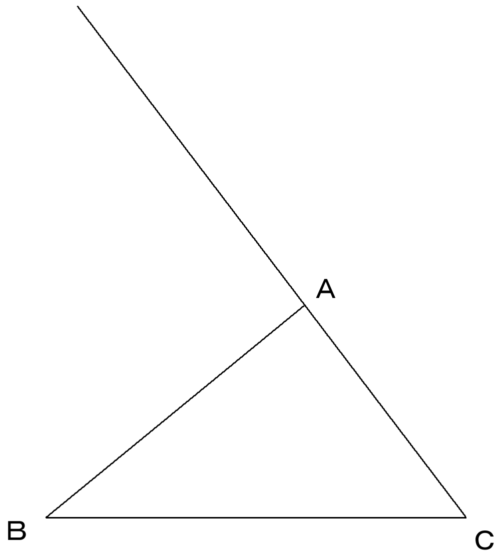
△ＡＢＣと点Ｐに対して，次の等式が成り立つとき，点Ｐはどのような位置にあるか。

(1)　$3\overrightarrow{PA}=2\overrightarrow{AC}$　　　(2)　$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{BC}$

［答　　案］

$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AP}=\vec{p}$ とする。

(1)



(2)