｜メニューへ戻る｜

ベクトルの垂直条件③

★解法の技術★

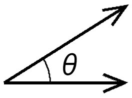
次の問いに答えなさい。

(1)　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=\sqrt{2}$ で，$\vec{a}-\vec{b}$ と $\vec{a}-6\vec{b}$ が垂直であるとき，２つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めなさい。

(2)　$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$ とする。$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるような実数 t の値を求めなさい。

［答　　案］

(1)　《条件》



$\vec{a}=(*)$　$|\vec{a}|=3$

$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=\sqrt{2}$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=3\times\sqrt{2}\times\cos\theta=3\sqrt{2}\cos\theta$　…①

$(\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}-6\vec{b})$　…②　　▲成分が与えられていないときは，内積の定義を使う。

《問題》

①と②より，

$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}-6\vec{b})=|\vec{a}|^2-7\vec{a}\cdot\vec{b}+6|\vec{b}|^2=0$　　◀ベクトルの垂直

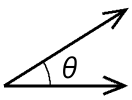
$3^2-7\times3\sqrt{2}\cos\theta+6\times(\sqrt{2})^2=0$

$9-21\sqrt{2}\cos\theta+12=0$

$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$0°\leqq\theta\leqq180°$　より，$\underline{\theta=45°}$

(2)　《条件》



$\vec{a}=(*)$　$|\vec{a}|=2$

$\vec{b}=(*)$　$|\vec{b}|=2$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$　…①　　◀成分が与えられていないときは，内積の定義を使う。

$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}+t\vec{b})$　…②

（次のページへつづく）

□□　【ベクトルとその演算　No.２６（１／４）】　－〈２枚目／２枚〉

（前のページからのつづき）

《問題》

①と②より，

$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+t\vec{b})=|\vec{a}|^2+(1+t)\vec{a}\cdot\vec{b}+t|\vec{b}|^2=0$

$2^2+(1+t)\times(-3)+t\times 2^2=0$

$4-3-3t+4t=0$

$t=\underline{-1}$

◀垂直だから，内積＝０

２６

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

４ ベクトルの内積（その６）

（２／４）■　ベクトルの垂直条件③　■

◇《ベクトルの垂直条件③》 学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$で，$\vec{a}+\vec{b}$と$5\vec{a}-2\vec{b}$が垂直であるとき，２つのベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$のなす角θを求めなさい。

(2)　$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$とする。$\vec{a}+t\vec{b}$と$\vec{a}-t\vec{b}$が垂直になるような実数tの値を求めなさい。

［答　　案］

２６

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その６）

（３／４）■　ベクトルの垂直条件③　■

◇《ベクトルの垂直条件③》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，$\vec{a}-\vec{b}$ と $2\vec{a}+5\vec{b}$ が垂直であるとき，２つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めなさい。

(2)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=3$ とする。$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるような実数 t の値を求めなさい。

［答　　案］

２６

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

４ ベクトルの内積（その６）

（４／４）■　ベクトルの垂直条件③　■

◇《ベクトルの垂直条件③》**学力化**➡　　／　　，

★演習★【２】

次の問いに答えなさい。

(1)　$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$ で，$\vec{a}+\vec{b}$ と $2\vec{a}-5\vec{b}$ が垂直であるとき，２つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ のなす角 θ を求めなさい。

(2)　$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}+\vec{b}|=2$ とする。$\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}+t\vec{b}$ が垂直になるような実数 t の値を求めなさい。

【考え方】(2) ベクトルの和の大きさを２乗すると内積が現れる。

$$|\vec{a}+\vec{b}|^2=2^2$$

$$|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=4$$

この式を利用すると，$|\vec{a}|$ と $|\vec{b}|$ が分かれば，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値が求まる。

［答　　案］