



2 4

第2章 平面上のベクトル 1・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積 (その5)

(1/4) ■ 内積の計算法則② ■

ベクトルの和の大きさ

◇ 《ベクトルの和の大きさ》 学力化 →

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ のとき, $|2\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めなさい。

(2) $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$, \vec{a} と \vec{b} のなす角が 150° のとき, ベクトル $3\vec{a} + 3\vec{b}$ の大きさを求めなさい。

【考え方】 $|m\vec{a} + n\vec{b}|$ の値は, $|m\vec{a} + n\vec{b}|^2$ を利用します。

$$|m\vec{a} + n\vec{b}|^2 = m^2|\vec{a}|^2 + 2mn\vec{a} \cdot \vec{b} + n^2|\vec{b}|^2$$

▲文字式の平方公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ と同じ

注意 $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \cos 0^\circ$ より, ◀内積の定義

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| |\vec{a}| \times 1$$

よって, $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$ * $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2$ ではない!

注意 内積はかけ算ではないから, $\vec{a} \vec{b}$ とはならない。

[答 案]

(1) 《条件》

$\vec{a} = (*) \quad |\vec{a}| = 1$
 $\vec{b} = (*) \quad |\vec{b}| = 3$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$

◀成分が与えられていないときは, 内積の定義を使う。

《問題》

$$\begin{aligned} |2\vec{a} + \vec{b}|^2 &= 4|\vec{a}|^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 && \leftarrow 2乗して展開すると, \\ &= 4 \times 1^2 + 4 \times (-2) + 3^2 && \text{与えられた条件が使える形になる。} \\ &= 4 - 8 + 9 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$|2\vec{a} + \vec{b}| > 0 \text{ より,} \quad \leftarrow \text{絶対値は正}$$

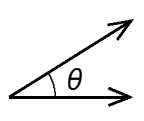
$$|2\vec{a} + \vec{b}| = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【ベクトルとその演算 No. 24 (1 / 4)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

→ (前のページからのつづき)

(2) 《条件》



$$\vec{a} = (*), \quad |\vec{a}| = \sqrt{3}$$

$$\vec{b} = (*), \quad |\vec{b}| = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 150^\circ = \sqrt{3} \times 1 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

◀成分が与えられていないときは、内積の定義を使う。

《問題》

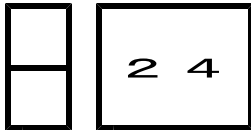
$$\begin{aligned} |3\vec{a} + 3\vec{b}|^2 &= 9|\vec{a}|^2 + 18\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2 \\ &= 9 \times (\sqrt{3})^2 + 18 \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 9 \times 1^2 \\ &= 27 - 27 + 9 \\ &= 9 \end{aligned}$$

◀2乗して展開すると、
与えられた条件が使える形になる。

$$|3\vec{a} + 3\vec{b}| > 0 \text{ より}$$

$$|3\vec{a} + 3\vec{b}| = \underline{\underline{3}}$$

◀絶対値は正



第2章 平面上のベクトル 1・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その5）

(2/4) ■ 内積の計算法則② ■

◇ 《ベクトルの和の大きさ》 **学力化** → /

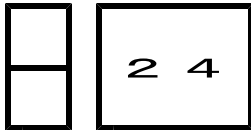
-----★理解のチェック★-----

次の問いに答えなさい。

- (1) $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$ のとき, $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ の値を求めなさい。
- (2) $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, \vec{a} と \vec{b} のなす角が 60° のとき, ベクトル $2\vec{a} - 3\vec{b}$ の大きさを求めなさい。

【考え方】 |大きさ| は2乗すると, 与えられた条件が使える形になる。

[答 案]



第2章 平面上のベクトル 1・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その5）

（3 / 4） ■ 内積の計算法則② ■

◇ 《ベクトルの和の大きさ》 **学力化** → /

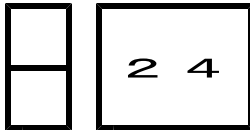
★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

- (1) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ のとき, $|\vec{a} + \vec{b}|$ の値を求めなさい。
- (2) $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, \vec{a} と \vec{b} のなす角が 30° のとき, ベクトル $\vec{a} - \sqrt{3}\vec{b}$ の大きさを求めなさい。

【考え方】 |大きさ| は2乗すると, 与えられた条件が使える形になる。

[答 案]



第2章 平面上のベクトル 1・ベクトルとその演算

4 ベクトルの内積（その5）

(4 / 4) ■ 内積の計算法則② ■

◇ 《ベクトルの和の大きさ》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1) $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$ のとき, $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ の値を求めなさい。
- (2) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, \vec{a} と \vec{b} のなす角が 120° のとき, ベクトル $2\vec{a} + 3\vec{b}$ の大きさを求めなさい。

【考え方】 |大きさ| は2乗すると, 与えられた条件が使える形になる。

[答 案]