｜メニューへ戻る｜

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算
2 ベクトルの和・差・実数倍（その４）
（４／４）■　ベクトルの平行　■

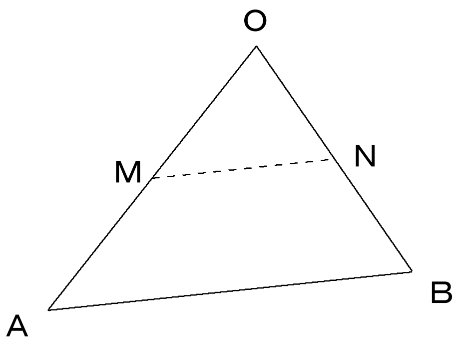
◇《ベクトルの平行》学力化➡　／　，

★演習★【３】

△ＯＡＢにおいて，辺ＯＡの中点をＭ，辺ＯＢの中点をＮとする。このとき，

中点連結定理（ＭＮ // ＡＢ，ＭＮ＝$\frac{1}{2}$ＡＢ）

が成り立つことを，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として，ベクトルを用いて証明しなさい。



【考え方】ＭＮ // ＡＢ，ＭＮ＝$\frac{1}{2}$ＡＢは，ベクトルを用いると，$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ だけを示せばよい。$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ならば，，$\overrightarrow{MN} \,//\, \overrightarrow{AB}$ であるからである。

というのは，「$\vec{a} \,//\, \vec{b} \iff \vec{b}=k\vec{a}$　となる実数ｋがある」からである。

★証明の流れは，$\overrightarrow{MN}$ と $\overrightarrow{AB}$ のそれぞれを $\vec{a}$ や $\vec{b}$ を使って表し，$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ となることを示す。その際，
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ だから，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$ と表せることを使う。
同様にして $\overrightarrow{MN}$ も $\vec{a}$ や $\vec{b}$ を使って表すと，結論が見えてくる。

［答　　案］

$\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\vec{a}$

$\overrightarrow{ON}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\vec{b}$

ここで，

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$　…①

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$　…②

①，②より，$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

よって，題意は示された。