7

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

2 ベクトルの和・差・実数倍（その４）

（１／４）■　ベクトルの平行　■

ベクトルの平行

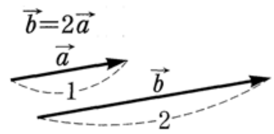
★知識の整理★

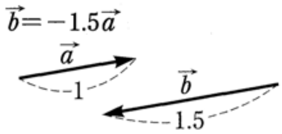
【１】ベクトルの平行

$\vec{0}$ でない２つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ が，同じ向きか，または，反対向きのとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行であるといい，

$\vec{a} /\!/ \vec{b}$

と表す。





ベクトルの平行について，実数倍の定義（№４（１／５））から，次のことがいえる。

★ **ベクトルの平行** ★

$\vec{a} \neq \vec{0}$，$\vec{b} \neq \vec{0}$ のとき，

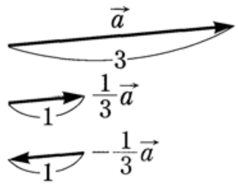
$\vec{a} /\!/ \vec{b} \iff \vec{b} = k\vec{a}$　となる実数 k がある。

【２】平行な単位ベクトル

$\vec{a} \neq \vec{0}$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは

$$\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a} \quad と \quad -\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}$$

である。



たとえば，$|\vec{a}| = 3$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルは

$\frac{1}{3}\vec{a}$ と $-\frac{1}{3}\vec{a}$ である。

【注】単位ベクトルとは大きさが１のベクトルである。

たとえば，$\overrightarrow{AB}$ が単位ベクトルであるとき，$|\overrightarrow{AB}| = 1$，$\overrightarrow{CD}$ の大きさが２のとき，$|\overrightarrow{CD}| = 2$ となる。

だから，$|\vec{a}| = 3$ のとき，$\left|\frac{1}{3}\vec{a}\right| = 1$，$\left|-\frac{1}{3}\vec{a}\right| = 1$　となる。

7

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

２ ベクトルの和・差・実数倍（その４）

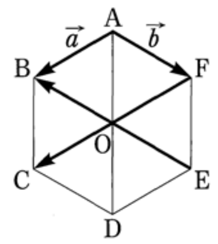
（２／４）■　ベクトルの平行　■

★解法の技術★

(1) 右の図の正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて，
$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を使って表しなさい。

① $\overrightarrow{FC}$　　② $\overrightarrow{EB}$　　③ $\overrightarrow{FE}$

(2) $|\vec{a}|=4$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルを求めなさい。



【考え方】平行なベクトルの問題は「$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$ のとき $\vec{b}=k\vec{a}$」という性質を使います。

［答　　案］

(1) ① $\overrightarrow{FC}=2\overrightarrow{FO}=2\overrightarrow{AB}=2\vec{a}$

② $\overrightarrow{EB}=2\overrightarrow{EO}=2\overrightarrow{FA}=-2\overrightarrow{AF}=-2\vec{b}$

③ $\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}=\vec{a}+\vec{b}$

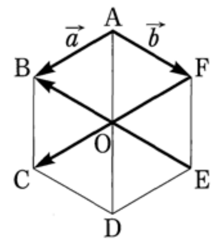
(2) $\dfrac{1}{4}\vec{a}$ と $-\dfrac{1}{4}\vec{a}$

◇《ベクトルの平行》 学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

(1) 右の図の正六角形ＡＢＣＤＥＦにおいて，
$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$ を使って表しなさい。

① $\overrightarrow{EO}$　　② $\overrightarrow{BC}$　　③ $\overrightarrow{AD}$　　④ $\overrightarrow{CE}$



(2) 次の問いに答えなさい。

① $\vec{e}$ を単位ベクトルとするとき，$\vec{e}$ と平行で大きさが５のベクトルを求めなさい。

② $|\vec{a}|=2$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルを求めなさい。

【考え方】(1) ④　$\vec{a}+\overrightarrow{BF}=\vec{b}$ より，$\overrightarrow{BF}=\vec{b}-\vec{a}$

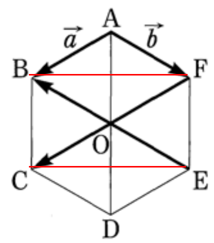
［答　　案］

(1) ① $\overrightarrow{EO}=$

② $\overrightarrow{BC}=$

③ $\overrightarrow{AD}=$

④ $\overrightarrow{CE}=$



(2) ①　　　　　　②

8 7

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

2 ベクトルの和・差・実数倍（その４）

（３／４）■　ベクトルの平行　■

◇《ベクトルの平行》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1) $\vec{e}$ を単位ベクトルとするとき，$\vec{e}$ と平行で大きさが４のベクトルを求めなさい。

(2) $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と平行な単位ベクトルを求めなさい。

［答　　案］

(1)

(2)

◇《ベクトルの平行》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

$|\vec{a}|=2$ のとき，次のベクトルを $\vec{a}$ を使って表しなさい。

(1) $\vec{a}$ と平行で大きさ４のベクトル

(2) $\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトル

【考え方】(2) 「平行」なベクトルは逆ベクトルも含め２つ，「同じ向き」のベクトルは１つ

［答　　案］

(1)

(2)

7

第２章　平面上のベクトル　１・ベクトルとその演算

２ ベクトルの和・差・実数倍（その４）

（４／４）■　ベクトルの平行　■

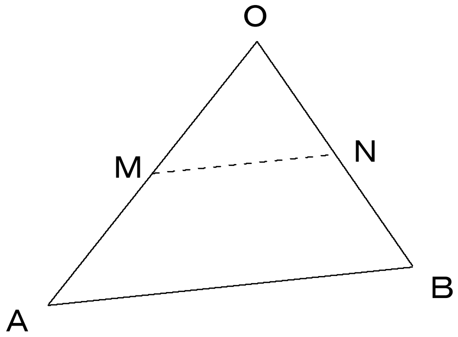
◇《ベクトルの平行》**学力化**➡　／　，

★演習★【３】

△ＯＡＢにおいて，辺ＯＡの中点をＭ，辺ＯＢの中点をＮとする。このとき，

中点連結定理（ＭＮ // ＡＢ，$MN=\frac{1}{2}AB$）

が成り立つことを，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ として，ベクトルを用いて証明しなさい。



【考え方】ＭＮ // ＡＢ，$MN=\frac{1}{2}AB$ は，ベクトルを用いると，$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ だけを示せばよい。$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ならば，，$\overrightarrow{MN}$ // $\overrightarrow{AB}$ であるからである。

というのは，「$\vec{a}$ // $\vec{b}$ $\Longleftrightarrow$ $\vec{b}=k\vec{a}$　となる実数ｋがある」からである。

★証明の流れは，$\overrightarrow{MN}$ と $\overrightarrow{AB}$ のそれぞれを $\vec{a}$ や $\vec{b}$ を使って表し，$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ となることを示す。その際，

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ だから，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a}$ と表せることを使う。

同様にして $\overrightarrow{MN}$ も $\vec{a}$ や $\vec{b}$ を使って表すと，結論が見えてくる。

［答　　案］

$\overrightarrow{OM}=$

$\overrightarrow{ON}=$

ここで，

$\overrightarrow{AB}=$

$\overrightarrow{MN}=$

①，②より，

よって，題意は示された。