発展 ＊４

第１章　数列　３・漸化式と数学的帰納法
１ 漸化式（その３）
【No.４の後で学習☆発展問題】（６／７）

漸化式が偶奇分けされた数列の和―共通テスト形式

◇《漸化式が偶奇分けされた数列の和》学力化➡　／　，

★演習★【２】（１／３）

a を実数の定数とし

$$a_1 = a$$
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (n\text{ が奇数のとき}) \\ 3a_n & (n\text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_2 = a + 2,\quad a_3 = \boxed{\text{ア}}\,a + \boxed{\text{イ}},\quad a_4 = \boxed{\text{ウ}}\,a + \boxed{\text{エ}}$$

である。

数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_{2n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

と定めると，自然数 n に対して

$$b_{n+1} = \boxed{\text{オ}}\,b_n + \boxed{\text{カ}}$$

が成り立ち，これを変形すると

$$b_{n+1} + \boxed{\text{キ}} = \boxed{\text{オ}}\left(b_n + \boxed{\text{キ}}\right)$$

となる。

《解答欄》

ア	
イ	
	（ア，イ完答で２点）
ウ	
エ	
	（ウ，エ完答で２点）
オ	
カ	
	（オ，カ完答で３点）
キ	
	（２点）

［答　　案］

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

★演習★【２】（２／３）

よって

$$a_{2n} = b_n = \left(a + \boxed{\text{ク}}\right) \cdot \boxed{\text{ケ}}^{\,n-1} - \boxed{\text{コ}}$$

であるから

$$a_{2n-1} + a_{2n} = \boxed{\text{サ}}\left(a + \boxed{\text{シ}}\right) \cdot \boxed{\text{ス}}^{\,n-1} - \boxed{\text{セ}}$$

である。

［答　　案］

《解答欄》

ク	
ケ	
コ	

（クケコ完答で２点）

サ	
シ	
ス	
セ	

（サシスセ完答で２点）

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

★演習★【２】（３／３）

ここで，$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}a_k \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とおくと

$$S_n=\left(a+\boxed{ソ}\right)\left(\boxed{タ}^{\,n}-\boxed{チ}\right)-\boxed{ツ}\,n$$

となるから，数列 $\{S_n\}$ が等差数列となるような a の値は

$$a=\boxed{テト}$$

であり，このとき

$$\sum_{k=1}^{40}ka_k=\boxed{ナニヌネノ}$$

である。

《解答欄》

ソ	
タ	
チ	
ツ	

（ソタチツ完答で２点）

テト	

（２点）

ナニヌネノ	

（３点）

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

◇《漸化式が偶奇分けされた数列の和》学力化➡　／　，

★演習★【３】（１／４）

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + (n+2) \cdot \dfrac{1+(-1)^n}{2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots) \end{cases}$$

によって定まる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_2 = \boxed{\text{ア}},\quad a_3 = \boxed{\text{イ}},\quad a_4 = \boxed{\text{ウ}}$$

であり，すべての自然数 n に対して

$$\begin{cases} a_{2n} - a_{2n-1} = \boxed{\text{エ}} \\ a_{2n+1} - a_{2n} = \boxed{\text{オ}}\,n + \boxed{\text{カ}} \end{cases}$$

である。

［答　　案］

《解答欄》

ア

イ

ウ

（ア，イ，ウ完答で３点）◀84％

エ

（３点）◀83％

オ

カ

（オ，カ完答で３点）◀70％

（次のページへつづく）↗

□ □ 【３・漸化式と数学的帰納法　No.４ｓ（７／７）】 ー〈２枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

★演習★【３】（２／４）

さらに

$$b_n = a_{2n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

と置き換えると，すべての自然数 n に対して

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{キ}}\,n + \boxed{\text{ク}}$$

となるので

$$b_n = \boxed{\text{ケ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ については，次の ⓪～④ のうちから，当てはまるものを一つ選べ。

⓪ $n^2 - n + 2$　① $2n^2 + n - 1$　② $n^2 + n$

③ $n^2 + n + 1$　④ $n^2 + n - 1$

《解答欄》

キ □

ク □

（キ，ク完答で１点）◀６３％

ケ □

（３点）◀49%

［答　　案］

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

（前のページからのつづき）

★演習★【３】（３／４）

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{b_k}=\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$

である。

《解答欄》

コサ

シス

（コサ，シス完答で３点）

◀３２％

［答　　案］

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

★演習★【３】（４／４）

(2)　下の $\boxed{\text{セ}}$ には，次の ⓪～④ のうちから，当てはまるものを一つ選べ。

⓪ n^2-n+2　① $2n^2+n-1$　② n^2+n

③ n^2+n+1　④ n^2+n-1

n を自然数として

$$_{n-1} = \boxed{\text{セ}}$$

であ　ら

$$\sum_{k=1}^{2n} a_k = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} n\left(n+\boxed{\text{チ}}\right)\left(n+\boxed{\text{ツ}}\right)$$

である。ただし，$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$ の解答の順序は問わない。

《解答欄》

セ $\boxed{}$

（１点）◀38%

ソ $\boxed{}$

タ $\boxed{}$

チ $\boxed{}$

ツ $\boxed{}$

（ソタチツ完答で３点）◀13%

［答　　案］