発展

＊１３

第１章　数列　２・いろいろな数列

８ 格子点の個数

【No.１３の後で学習☆発展問題】（１／６）

２つのグラフと格子点の和

◇《２つのグラフと格子点の和》**学力化**➡　　／　，

◇発展演習◇【１】

不等式

$0 \leqq x \leqq 4$

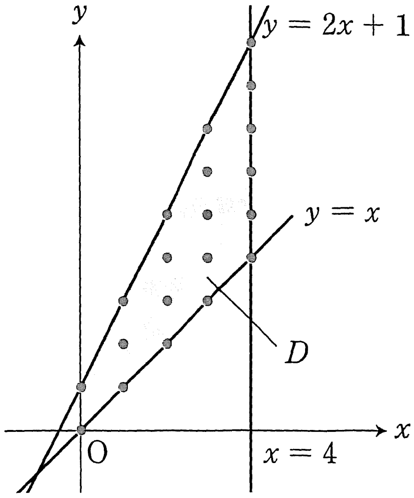
$y \geqq x$

$y \leqq 2x+1$

で定義される右図の領域Ｄを考える。

(1)　$0 \leqq k \leqq 4$ を満たす整数 k に対して直線 $x=k$ 上にあり，かつ D に含まれる格子点の個数を求めよ。

(2)　D に含まれる格子点の総数を求めよ。



【考え方】(1)　植木算の考え方を使って，格子点の個数を数える。

(2)　$x=k$ 上の格子点の個数を，x 軸方向に足す。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

発展

＊１３

第１章　数列　２・いろいろな数列

８ 格子点の個数

【No.１３の後で学習☆発展問題】（２／６）

◇《２つのグラフと格子点の和》学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【２】

曲線 $y=2^x$ と曲線 $y=3^x$ と直線 $x=n$（ｎは自然数）とで囲まれた領域（境界を含む）にある格子点の個数をｎで表せ。［東京水大］

【考え方】【１】の問題の直線が曲線にかわっただけである。考え方はまったく同じ。
等比数列の和の公式の項数について注意すること。

［答　　案］

| 発展 ＊１３ | 第１章　数列　２・いろいろな数列
8 格子点の個数
【No.１３の後で学習☆発展問題】（３／６） |

偶奇分けをして格子点の和を求める

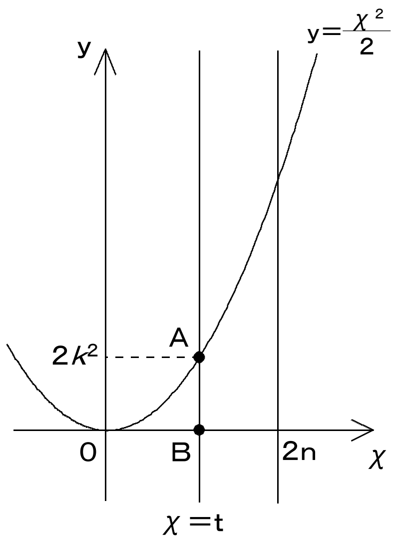
◇《偶奇分けをして格子点の和を求める》**学力化**➡　　／　，

◇発展演習◇【３】

放物線 $y=\dfrac{\chi^2}{2}$ と χ 軸および直線 $\chi=2n$（nは自然数）で囲まれる部分にある格子点（χ 座標と y 座標がともに整数値である点）の個数を求めよ。ただし，境界はすべて含むものとする。［小樽商大］

【考え方】直線 $\chi=t$ と $y=\dfrac{\chi^2}{2}$ の交点をＡとすると，$A\left(t,\ \dfrac{t^2}{2}\right)$ である。
点Ａは
（ｉ）t が偶数のときは格子点であるが，（例えば，$t=4$ のとき　$A(4,\ 8)$）
（ii）t が奇数のときは格子点ではない。（例えば，$t=5$ のとき　$A\left(5,\ \dfrac{25}{2}\right)$）
このような場合は，$t=2k$，$t=2k-1$ と偶奇分けをして直線上の格子点の個数を求める。

［答　　案］



発展 ＊１３

第１章　数列　２・いろいろな数列

８ 格子点の個数

【No.１３の後で学習☆発展問題】（４／６）

２通りの方法で格子点の和を求める

◇《２通りの方法で格子点の和を求める》学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【４】

ｎを自然数とする。次の条件を満たす格子点の個数を求めよ。

$$x \geqq 0,\quad y \geqq \frac{1}{2}x,\quad y \leqq -\frac{1}{2}x + 2n$$

［津田塾大］

【考え方】次の２通りの方法で求めよ。

（ｉ）$x=k$上の格子点の個数を，x軸方向に足す。

この場合，xの係数が分数であるから，グラフ上に格子点がある所と，格子点がない所があるので，偶奇分けをして直線上の格子点の個数を求める。

（ii）$y=k$上の格子点の個数を，y軸方向に足す。

この場合，$x=2y$や$x=2y-4n$となり，いずれの場合もグラフ上に格子点があるので，偶奇分けは必要ない。

［答　　案］

発展

＊１３

第１章　数列　２・いろいろな数列

８ 格子点の個数

【No.１３の後で学習☆発展問題】（５／６）

内部の格子点の和を求める

◇《内部の格子点の和を求める》**学力化**➡　　／　，

◇発展演習◇【５】

自然数ｎに対して，直線ｙ＝ｎχと放物線ｙ＝χ²－χで囲まれる部分の内部に含まれる格子点（χ座標，ｙ座標がともに整数である点）の個数をｎの式で表せ。

【考え方】自然数ｋに対して，ｎｋもｋ²－ｋも整数になるから，χ＝ｋにおいてはグラフ上に格子点はある。しかし，求める格子点の和の個数は，グラフの「内部」という条件がついているので，グラフ上の点は除いて数えなければならない。

ちなみに，全体の和の求め方は，

前問でいえば，（ｉ）χ＝*k*上の格子点の個数を，χ軸方向に足す。

である。

［答　　案］

発展

＊１３

第１章　数列　２・いろいろな数列

８ 格子点の個数

【No.１３の後で学習☆発展問題】（６／６）

◇《内部の格子点の和を求める》**学力化**➡　　／　，

◇発展演習◇【６】

２以上の自然数ｎに対して，２つの放物線 $y=x^2$，$y=-x^2+2nx$ で囲まれる部分の内部に含まれる格子点の個数をｎの式で表せ。

【考え方】「内部」の格子点の和を求めるのは前問【５】と同じである。
ただし，ｎは「２以上の自然数」という条件がついているので，
「$x=k$ 上の格子点の個数を，x 軸方向に足す」ときに調整が必要である。

［答　　案］