

第1章 数列 2・いろいろな数列

6 区画に分けた数列

(1/4) ■ 群数列 ■

群数列

★知識の整理★

【1】群数列

下の★解法の技術★のように、区画に分けた数列を **群数列** といいます。

【2】群数列の解き方

群数列は、

- ・ 群に分ける前の数列の規則性 と
- ・ 各群に含まれる項数の規則性 を考えます。

◇ 《群数列》 **学力化** →

★解法の技術★

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, ...

- (1) 第10群の最初の項を求めなさい。
- (2) 第n群に含まれる項の和を求めなさい。
- (3) 88は第何群の何番目の項か求めなさい。

このnは  $\{a_n\}$  の項番号

【考え方】 群に分ける前の数列の規則性 と 各群に含まれる項数の規則性 を区別して考える。

分ける前の数列を  $\{a_n\}$ 、各群に含まれる項数についての数列を  $\{b_k\}$  とすると、

第1群	第2群	第3群	第4群	...	第k群
$\{a_n\}$	2   4, 6, 8	10, 12, 14, 16, 18	20, 22, ...		..., 2n
$\{b_k\}$	1   3	5	7		2k - 1 (個)
					↑ (番目)

このkは  $\{b_k\}$  の群番号

[答 案]

(数列の一般項)

- ・ 分ける前の数列を  $\{a_n\}$  とすると、初項2、公差2の等差数列なので、一般項は、  
 $a_n = 2 + (n - 1) \times 2$  より、 $a_n = 2n$
- ・ 各群に含まれる項数についての数列を  $\{b_k\}$  とすると、初項1、公差2の等差数列なので、一般項は、  
 $b_k = 1 + (k - 1) \times 2$  より、 $b_k = 2k - 1$

(次のページへつづく) ↗

## □ □ 【2・いろいろな数列 No. 8 (1/4)】 - 〈2枚目/3枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(1) 第10群の最初の項は?

(第9群までの項数の和を求める)

① 第9群までの項数の和は,

$$\frac{1}{2} \times 9 \times \{2 \times 1 + (9 - 1) \times 2\} = 81 \quad \blacktriangleleft b_k = 1 + (k - 1) \times 2$$

(第10群の初項までの項数の和を求める)

② 第10群の初項は,  $81 + 1 = 82$  より,  $\{a_n\}$  の第82番目の項である。

(第10群の初項を求める)

③ よって,  $a_n = 2n$  より,  $a_{82} = 2 \times (82) = \underline{164} \dots (\text{Ans.})$ (2) 第n群に含まれる項の和は? (【注】n群をk群として考える)

(第k群に含まれる項は等差数列なので,

第k群の ①初項, ②末項, ③項数 を利用して和を求める。

(第k群の初項を求める)

① 第(k-1)群までの項数の和は,

$$\frac{1}{2} \times (k - 1) \times \{2 \times 1 + (k - 1 - 1) \times 2\} = (k - 1)^2$$

② したがって, 第k群の初項は,  $\{a_n\}$  の第  $(k - 1)^2 + 1$  番目の項であるから,③  $a_n = 2n$  より,

$$a_k = 2 \times \{(k - 1)^2 + 1\} = \underline{2(k^2 - 2k + 2)} \dots \textcircled{1}$$

(第k群の末項を求める)

④ 第k群までの項数の和は,

$$\frac{1}{2} \times k \times \{2 \times 1 + (k - 1) \times 2\} = k^2 \quad \blacktriangleleft b_k = 1 + (k - 1) \times 2$$

⑤ したがって, 第k群の末項は,  $\{a_n\}$  の第  $k^2$  番目の項であるから,⑥  $a_n = 2n$  より,

$$a_k = 2 \times k^2 = \underline{2k^2} \dots \textcircled{2}$$

(第k群の項数を求める)

⑦ また, 第k群に含まれる項数は,  $b_k = 2k - 1$  より,  $b_k = \underline{2k - 1} \dots \textcircled{3}$ 

(第k群の項の和を求める)

⑧ ①, ②, ③より, 求める和は, 初項  $\underline{2(k^2 - 2k + 2)}$ , 末項  $\underline{2k^2}$ , 項数  $\underline{2k - 1}$  の等差数列の和であるから,

$$S = \frac{1}{2} (2k - 1) \{2(k^2 - 2k + 2) + 2k^2\} = 2(2k - 1)(k^2 - k + 1)$$

kをnにおきかえて,  $\underline{2(2n - 1)(n^2 - n + 1)} \dots (\text{Ans.})$ 

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【 2・いろいろな数列 No. 8 (1/4) 】 - 〈 3枚目 / 3枚 〉

➡ (前のページからのつづき)

(3) **88は第何群の何番目の項?**

(88は  $\{a_n\}$  の何番目の項かを求める)

- ① まず, 88が  $\{a_n\}$  の何番目の項か求める。
- ②  $a_n = 2n$  より,  $88 = 2n$  を解いて,  $n = 44$   
よって, 88は,  $\{a_n\}$  の 44番目 の項である。 …①

(第  $k-1$  群までの項数の和を求める)

- ③ 第  $k-1$  群までの項数の和は, ◀ 数列  $\{b_k\}$   

$$\frac{1}{2} \times (k-1) \times \{2 \times 1 + (k-1-1) \times 2\} = (k-1)^2$$
 ◀  $\Sigma$  を使ってもよい(下記)  
 よって,  $\{a_n\}$  の第  $(k-1)^2$  番目 の項が第  $k-1$  群の末項になる。 …②

(第  $k$  群までの項数の和を求める)

- ④ 第  $k$  群までの項数の和は, ◀ 数列  $\{b_k\}$   

$$\frac{1}{2} \times k \times \{2 \times 1 + (k-1) \times 2\} = k^2$$
 ◀  $\Sigma$  を使ってもよい(下記)  
 よって,  $\{a_n\}$  の第  $k^2$  番目 の項が第  $k$  群の末項になる。 …③

(88は第何群の何番目の項かを求める)

- ⑤ ①, ②, ③より,  $(k-1)^2 < 44 \leq k^2$  となるから,  $k$  に具体的な値を代入して, 44番目の項が第何群か調べる。  
 $(k-1)^2 < 44 \leq k^2$  ◀ 44が第  $k$  群の末項の場合もありうるから等号が入る。  
 $(7-1)^2 < 44 \leq 7^2$  ◀  $k = 7$   
 $36 < 44 \leq 49$   
 であるから,  $k = 7$  となり, 44番目の項は第7群の項であることがわかる。
- ⑥ また,  $44 - 36 = 8$  より,  
 44番目の項は第7群の8番目の項であることがわかる。

(答をまとめる)

- ⑦ よって, 88は **第7群の8番目の項** である。…(Ans.)

\* 等差数列の和の公式

$$S_k = \frac{1}{2} k \{ 2a + \underbrace{(k-1)d}_{\text{~~~~~}} \}$$

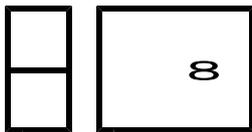
( $a$ : 初項,  $k$ : 群数)



$$S_k = \frac{1}{2} k \{ \underset{\uparrow}{a} + \underset{\uparrow}{a} + \underbrace{(k-1)d}_{\text{~~~~~}} \}$$

群数 初項 末項(第  $k$  項)

$$\begin{aligned} * \sum_{k=1}^n (2k-1) &= 2 \sum_{k=1}^n k - \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) - n \\ &= n^2 + n - n \\ &= n^2 \end{aligned}$$



第1章 数列 2・いろいろな数列

6 区画に分けた数列

(2/4) ■ 群数列 ■

◇ 《群数列》 **学力化** → /

★理解のチェック★

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

1, 4 | 7, 10, 13, 16 | 19, 22, 25, 28, 31, 34 | 37, 40, ...

- (1) 第10群の最初の項を求めなさい。
- (2) 第n群に含まれる項の和を求めなさい。
- (3) 124は第何群の何番目の項か求めなさい。

このnは{a<sub>n</sub>}の項番号

【考え方】 群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を{a<sub>n</sub>}、各群に含まれる項数についての数列を{b<sub>k</sub>}とすると、

	第1群	第2群	第3群	第4群	第k群
{a <sub>n</sub> }	1, 4	7, 10, 13, 16	19, 22, 25, 28, 31, 34	37, 40, ...	..., 3n-2
{b <sub>k</sub> }	2	4	6		2k (個) (番目)

このkは{b<sub>k</sub>}の群番号

[答 案]

(数列の一般項)

・分ける前の数列を{a<sub>n</sub>}とすると、.....数列なので、  
一般項は、.....

・各群に含まれる項数についての数列を{b<sub>k</sub>}とすると、.....数列  
なので、一般項は、.....

(1) 第10群の最初の項は？

(第9群までの項数の和を求める)

1

◀  $b_k = 2 + (k-1) \times 3$

(第10群の初項までの項数の和を求める)

2

(第10群の初項を求める)

3

(次のページへつづく) →

□ □ 【 2 ・ いろいろな数列 No. 8 ( 2 / 4 ) 】 - 〈 2 枚目 / 3 枚 〉

➔ ( 前のページからのつづき )

(2) 第  $n$  群に含まれる項の和は? (【注】 $n$  群を  $k$  群として考える)

( 第  $k$  群に含まれる項は等差数列なので、  
第  $k$  群の ①初項、②末項、③項数 を利用して和を求める。 )

( 第  $k$  群の初項を求める )

1

2

3

( 第  $k$  群の末項を求める )

4

◀  $b_k = 2 + (k - 1) \times 2$

5

6

( 第  $k$  群の項数を求める )

7

( 第  $k$  群の項の和を求める )

8

( 次のページへつづく ) ➔

□ □ 【 2・いろいろな数列 No. 8 (2/4) 】 - 〈 3枚目 / 3枚 〉

➔ (前のページからのつづき)

(3) 1 2 4は第何群の何番目の項?

(124は $\{a_n\}$ の何番目の項かを求める)

1

2

(第 $k-1$ 群までの項数の和を求める)

3

◀ 数列  $\{b_k\}$

(第 $k$ 群までの項数の和を求める)

4

◀ 数列  $\{b_k\}$

(124は第何群の何番目の項かを求める)

5

◀ 42が第 $k$ 群の末項の場合もありうるから等号が入る。

◀  $k = \dots\dots\dots$

6

(答をまとめる)

7

\* 等差数列の和の公式

$$S_k = \frac{1}{2} k \{ a + \underbrace{a + (k-1)d}_{\text{末項(第}k\text{項)}} \}$$

項数 初項 末項(第 $k$ 項)



□ □ 【 2 ・ いろいろな数列 No. 8 ( 3 / 4 ) 】 - 〈 2 枚目 / 3 枚 〉

↗ ( 前のページからのつづき )

(2) 第 10 群に含まれる項の和は? (【注】n 群を10群として考える)

( 第 10 群に含まれる項は等差数列なので、  
第 10 群の ①初項、②末項、③項数 を利用して和を求める。 )

( 第10群の初項を求める )

◀ (1) で求めているので①、②のプロセスは不要。③の結果のみ書く

( 第10群の末項を求める )

( 第10群の項数を求める )

( 第10群の項の和を求める )

(3) 1 1 1 は第何群の何番目の項?

( 111は{an}の何番目の項かを求める )

( 第k-1群までの項数の和を求める )

( 次のページへつづく ) ↗

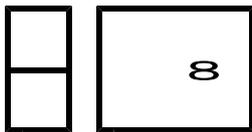
□ □ 【 2 ・ いろいろな数列 No. 8 ( 3 / 4 ) 】 - 〈 3 枚目 / 3 枚 〉

↗ ( 前のページからのつづき )

( 第  $k$  群までの項数の和を求める )

( 111は第何群の何番目の項かを求める )

( 答をまとめる )



第1章 数列 2・いろいろな数列

6 区画に分けた数列

(4 / 4) ■ 群数列 ■

◇ 《群数列》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

1 | 2, 3 | 4, 5, 6 | 7, 8, 9, 10 | 11, 12, ...

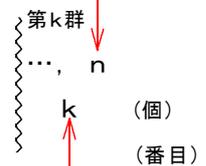
- (1) 第10群の最初の項を求めなさい。
- (2) 第10群に含まれる項の和を求めなさい。
- (3) 100は第何群の何番目の項か求めなさい。

このnは  $\{a_n\}$  の項番号

【考え方】 群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を  $\{a_n\}$ , 各群に含まれる項数についての数列を  $\{b_k\}$  とすると,

	第1群	第2群	第3群	第4群	第5群	
$\{a_n\}$	1	2, 3	4, 5, 6	7, 8, 9, 10	11, 12, ...	
$\{b_k\}$	1	2	3	4	5	



このkは  $\{b_k\}$  の群番号

[答 案] <H25版フォレスト数学B 1-19 Exercise【1】>

(数列の一般項)

(1) **第10群の最初の項は?**

(第9群までの項数の和を求める)

(第10群の初項までの項数の和を求める)

(第10群の初項を求める)

(次のページへつづく) →

□ □ 【 2 ・ いろいろな数列 No. 8 ( 4 / 4 ) 】 - 〈 2 枚目 / 3 枚 〉

↗ ( 前のページからのつづき )

(2) 第 10 群に含まれる項の和は? (【注】n 群を10群として考える)

( 第 10 群に含まれる項は等差数列なので、  
第 10 群の ①初項、②末項、③項数を 利用して和を求める。 )

( 第10群の初項を求める )

◀ (1) で求めているので①、②のプロセスは不要。③の結果のみ書く

( 第10群の末項を求める )

( 第10群の項数を求める )

( 第10群の項の和を求める )

(3) 100は第何群の何番目の項?

( 100は $\{a_n\}$ の何番目の項かを求める )

( 第k-1群までの項数の和を求める )

( 次のページへつづく ) ↗

□ □ 【 2・いろいろな数列 No. 8 (4 / 4) 】 - 〈3枚目 / 3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(第k群までの項数の和を求める)

(100は第何群の何番目の項かを求める)

(答をまとめる)