メニューへ戻る

第１章　数列　２・いろいろな数列
６ 区画に分けた数列
（１／４）■　群数列　■

群数列

★知識の整理★

【１】群数列

下の★解法の技術★のように，区画に分けた数列を **群数列** といいます。

【２】群数列の解き方

群数列は，
・群に分ける前の数列の規則性　と
・各群に含まれる項数の規則性　を考えます。

◇《群数列》学力化➡　／　，

★解法の技術★

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。
２｜４，６，８｜１０，１２，１４，１６，１８｜２０，２２，…

(1) 第１０群の最初の項を求めなさい。
(2) 第ｎ群に含まれる項の和を求めなさい。
(3) ８８は第何群の何番目の項か求めなさい。

このｎは{ａₙ}の項番号

【考え方】群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を$\{a_n\}$，各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，

	第１群	第２群	第３群	第４群	第ｋ群
$\{a_n\}$	２	４，６，８	１０，１２，１４，１６，１８	２０，２２，…	…，２ｎ
$\{b_k\}$	１	３	５	７	２ｋ－１（個）

（番目）
このｋは{ｂₖ}の群番号

［答　案］

（数列の一般項）

・分ける前の数列を$\{a_n\}$とすると，初項２，公差２の等差数列なので，一般項は，
$a_n=2+(n-1)\times 2$より，$a_n=2n$
・各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，初項１，公差２の等差数列なので，一般項は，$b_k=1+(k-1)\times 2$より，$b_k=2k-1$

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

(1) 第１０群の最初の項は？

（第９群までの項数の和を求める）

1　第９群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times 9\times\{2\times 1+(9-1)\times 2\}=81$$　◀ $b_k=1+(k-1)\times 2$

（第１０群の初項までの項数の和を求める）

2　第１０群の初項は，$81+1=82$ より，$\{a_n\}$ の第８２番目の項である。

（第１０群の初項を求める）

3　よって，$a_n=2n$ より，$a_{82}=2\times(82)=$ **164**　…(Ans.)

(2) 第ｎ群に含まれる項の和は？　（【注】ｎ群をｋ群として考える）

第ｋ群に含まれる項は等差数列なので，
第ｋ群の ①初項，②末項，③項数 を利用して和を求める。

（第k群の初項を求める）

1　第 $(k-1)$ 群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times(k-1)\times\{2\times 1+(k-1-1)\times 2\}=(k-1)^2$$

2　したがって，第ｋ群の初項は，$\{a_n\}$ の第 $(k-1)^2+1$ 番目の項であるから，

3　$a_n=2n$ より，

$a_k=2\times\{(k-1)^2+1\}=2(k^2-2k+2)$　…①

（第k群の末項を求める）

4　第ｋ群までの項数の和は，

$$\frac{1}{2}\times k\times\{2\times 1+(k-1)\times 2\}=k^2$$　◀ $b_k=1+(k-1)\times 2$

5　したがって，第ｋ群の末項は，$\{a_n\}$ の第 k^2 番目の項であるから，

6　$a_n=2n$ より，

$a_k=2\times k^2=2k^2$　…②

（第k群の項数を求める）

7　また，第ｋ群に含まれる項数は，$b_k=2k-1$ より，$b_k=2k-1$　…③

（第k群の項の和を求める）

8　①，②，③より，求める和は，初項 $2(k^2-2k+2)$，末項 $2k^2$，項数 $2k-1$ の等差数列の和であるから，

$$S=\frac{1}{2}(2k-1)\{2(k^2-2k+2)+2k^2\}=2(2k-1)(k^2-k+1)$$

ｋをｎにおきかえて，**$2(2n-1)(n^2-n+1)$**　…(Ans.)

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

(3)　８８は第何群の何番目の項？

（88は$\{a_n\}$の何番目の項かを求める）

1　まず，８８が$\{a_n\}$の何番目の項か求める。

2　$a_n=2n$より，$88=2n$を解いて，$n=44$

よって，８８は，$\{a_n\}$の４４番目の項である。　…①

（第k－1群までの項数の和を求める）

3　第ｋ－１群までの項数の和は，　◀数列$\{b_k\}$

$$\frac{1}{2}\times(k-1)\times\{2\times1+(k-1-1)\times2\}=(k-1)^2$$　◀Σを使ってもよい(下記)

よって，$\{a_n\}$の第$(k-1)^2$番目の項が第ｋ－１群の末項になる。　…②

（第k群までの項数の和を求める）

4　第ｋ群までの項数の和は，　◀数列$\{b_k\}$

$$\frac{1}{2}\times k\times\{2\times1+(k-1)\times2\}=k^2$$　◀Σを使ってもよい(下記)

よって，$\{a_n\}$の第k^2番目の項が第ｋ群の末項になる。　…③

（88は第何群の何番目の項かを求める）

5　①，②，③より，$(k-1)^2<44\leqq k^2$となるから，ｋに具体的な値を代入して，４４番目の項が第何群か調べる。

$(k-1)^2<44\leqq k^2$　◀44が第k群の末項の場合もありうるから等号が入る。

$(7-1)^2<44\leqq 7^2$　◀$k=7$

$36<44\leqq 49$

であるから，$k=7$となり，４４番目の項は第７群の項であることがわかる。

6　また，$44-36=8$より，

４４番目の項は第７群の８番目の項であることがわかる。

（答をまとめる）

7　よって，８８は**第７群の８番目の項**である。…(Ans.)

＊等差数列の和の公式

$$S_k=\frac{1}{2}k\{2a+(k-1)d\}$$

（a：初項，　k：群数）

⬆

$$S_k=\frac{1}{2}k\{a+a+(k-1)d\}$$

↑群数　↑初項　↑末項（第k項）

$$*\ \sum_{k=1}^{n}(2k-1)=2\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}1$$

$$=2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)-n$$

$$=n^2+n-n$$

$$=n^2$$

｜メニューへ戻る｜

8

第１章　数列　２・いろいろな数列

6 区画に分けた数列

（２／４）■　群数列　■

◇《群数列》学力化➡　／　，

★理解のチェック★

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

1, 4 | 7, 10, 13, 16 | 19, 22, 25, 28, 31, 34 | 37, 40, …

(1) 第１０群の最初の項を求めなさい。

(2) 第ｎ群に含まれる項の和を求めなさい。

(3) １２４は第何群の何番目の項か求めなさい。

【考え方】群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を$\{a_n\}$，各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，

	第１群	第２群	第３群	第４群	第k群
$\{a_n\}$	1, 4	7, 10, 13, 16	19, 22, 25, 28, 31, 34	37, 40, …	…, $3n-2$
$\{b_k\}$	2	4	6		$2k$ （個）

（番目）

このnは$\{a_n\}$の項番号

このkは$\{b_k\}$の群番号

［答　　案］

（数列の一般項）

・分ける前の数列を$\{a_n\}$とすると，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿数列なので，

一般項は，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿数列

なので，一般項は，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(1) 第１０群の最初の項は？

（第９群までの項数の和を求める）

1

◀ $b_k=2+(k-1)\times 3$

（第１０群の初項までの項数の和を求める）

2

（第１０群の初項を求める）

3

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【２・いろいろな数列　No.８（２／４）】 ー〈２枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2) **第ｎ群に含まれる項の和は？**　（【注】ｎ群をｋ群として考える）

第ｋ群に含まれる項は等差数列なので，
第ｋ群の ①初項，②末項，③項数 を利用して和を求める。

（第k群の初項を求める）

$\boxed{1}$

$\boxed{2}$

$\boxed{3}$

（第k群の末項を求める）

$\boxed{4}$

◀ $b_k = 2 + (k-1) \times 2$

$\boxed{5}$

$\boxed{6}$

（第k群の項数を求める）

$\boxed{7}$

（第k群の項の和を求める）

$\boxed{8}$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

（前のページからのつづき）

(3) **１２４は第何群の何番目の項？**

（124は $\{a_n\}$ の何番目の項かを求める）

1

2

（第k－1群までの項数の和を求める）

3

◀数列 $\{b_k\}$

（第k群までの項数の和を求める）

4

◀数列 $\{b_k\}$

（124は第何群の何番目の項かを求める）

5

◀42が第k群の末項の場合もありうるから等号が入る。

◀ k ＝ ---------

6

（答をまとめる）

7

＊等差数列の和の公式

$$S_k = \frac{1}{2} k \{a + \underbrace{a + (k-1)d}_{}\}$$

項数　初項　　末項（第k項）

| メニューへ戻る |

◇《群数列》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

１｜３，５｜７，９，１１｜１３，１５，１７，１９｜２１，２３，…

(1) 第１０群の最初の項を求めなさい。

(2) 第１０群に含まれる項の和を求めなさい。

(3) １１１は第何群の何番目の項か求めなさい。

このｎは｛ａｎ｝の項番号

【考え方】群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を｛ａｎ｝，各群に含まれる項数についての数列を｛ｂｋ｝とすると，

	第１群	第２群	第３群	第４群		第ｋ群
｛ａｎ｝	１	３，５	７，９，１１	１３，１５，１７，１９	２１，２３，…	…，２ｎ－１
｛ｂｋ｝	１	２	３	４		ｋ　（個）
						（番目）

このｋは｛ｂｋ｝の群番号

［答　　案］

（数列の一般項）

・分ける前の数列を｛ａｎ｝とすると，＿＿＿＿＿＿＿＿数列なので，

一般項は，＿＿＿＿＿＿＿＿

・各群に含まれる項数についての数列を｛ｂｋ｝とすると，＿＿＿＿＿＿＿＿数列

なので，一般項は，＿＿＿＿＿＿＿＿

(1) 第１０群の最初の項は？

（第９群までの項数の和を求める）

（第１０群の初項までの項数の和を求める）

（第１０群の初項を求める）

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

（前のページからのつづき）

(2) **第１０群に含まれる項の和は？**　（【注】ｎ群を10群として考える）

第１０群に含まれる項は等差数列なので，
第１０群の ①初項，②末項，③項数 を利用して和を求める。

（第10群の初項を求める）

◀ (1)で求めているので$\boxed{1}$，$\boxed{2}$のプロセスは不要。$\boxed{3}$の結果のみ書く

（第10群の末項を求める）

（第10群の項数を求める）

（第10群の項の和を求める）

(3) **１１１は第何群の何番目の項？**

（111は$\{a_n\}$の何番目の項かを求める）

（第ｋ－１群までの項数の和を求める）

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【２・いろいろな数列　No.８（３／４）】 －〈３枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

（第k群までの項数の和を求める）

（111は第何群の何番目の項かを求める）

（答をまとめる）

｜メニューへ戻る｜

◇《群数列》学力化➡　／　,

★演習★【２】

自然数の列を下のような群に分ける。次の問いに答えなさい。

１｜２，３｜４，５，６｜７，８，９，１０｜１１，１２，…

(1) 第１０群の最初の項を求めなさい。

(2) 第１０群に含まれる項の和を求めなさい。

(3) １００は第何群の何番目の項か求めなさい。

【考え方】群に分ける前の数列の規則性と各群に含まれる項数の規則性を区別して考える。

分ける前の数列を$\{a_n\}$，各群に含まれる項数についての数列を$\{b_k\}$とすると，

	第１群	第２群	第３群	第４群	第５群	第k群
$\{a_n\}$	１	２，３	４，５，６	７，８，９，１０	１１，１２，…	…，n
$\{b_k\}$	１	２	３	４	５	k　（個）
						（番目）

このnは$\{a_n\}$の項番号

このkは$\{b_k\}$の群番号

［答　案］＜H25版フォレスタ数学B　1－19 Exercise【１】＞

（数列の一般項）

(1) 第１０群の最初の項は？

（第９群までの項数の和を求める）

（第１０群の初項までの項数の和を求める）

（第１０群の初項を求める）

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

□ □　【２・いろいろな数列　No. ８（４／４）】　ー〈２枚目／３枚〉

（前のページからのつづき）

(2) **第１０群に含まれる項の和は？**　（【注】ｎ 群を10群として考える）

第１０群に含まれる項は等差数列なので,
第１０群の　①初項, ②末項, ③項数を　利用して和を求める。

（第10群の初項を求める）　◀ (1) で求めているので$\boxed{1}$, $\boxed{2}$のプロセスは不要。$\boxed{3}$の結果のみ書く

（第10群の末項を求める）

（第10群の項数を求める）

（第10群の項の和を求める）

(3) **１００は第何群の何番目の項？**

（100は$\{a_n\}$の何番目の項かを求める）

（第k－1群までの項数の和を求める）

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

□ □　【２・いろいろな数列　No.８（４／４）】　－〈３枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

（第k群までの項数の和を求める）

（100は第何群の何番目の項かを求める）

（答をまとめる）