No.６ｓ（１／４）に対する資料

６	第１章　数列　２・いろいろな数列 **５** いろいろな数列の和（その１） （１／８）■　分数数列の和　■

部分分数に分ける

★知識の整理★

【１】部分分数に分ける

$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ のような分母が整数の積の分数式は，分母の因数をそれぞれ分母とした分子が１の差の形に変形することができる。

公式　$\frac{1}{ab}=\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$

《具体例》

Ⅰ型　$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$　　◀（証明）$\frac{1}{2}\cdot\frac{n+2-n}{n(n+2)}=\frac{1}{n(n+2)}$

（n＋2）－n＝2

Ⅱ型　$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{1}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

（n＋1）－n＝1

Ⅲ型　$\frac{2}{n(n+1)}=\frac{2}{1}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$　　◀（証明）$2\cdot\frac{n+1-n}{n(n+1)}=\frac{2}{n(n+1)}$

（n＋1）－n＝1

★

一般型　$\frac{2}{(3n-1)(3n+2)}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3n-1}-\frac{1}{3n+2}\right)$

（３ｎ＋2）－（3ｎ－1）＝3

【注】このような式の変形を，「**部分分数に分ける**」といいます。

＊【参考】分母の因数が３個の場合　　◀No.６ｓで利用する。

(1)　$\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{2}\left\{\underset{\text{前から2つ}}{\frac{1}{n(n+1)}}-\underset{\text{後から2つ}}{\frac{1}{(n+1)(n+2)}}\right\}$

（n＋2）－n＝2

(2)　$\frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}=\frac{1}{4}\left\{\underset{\text{前から2つ}}{\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}}-\underset{\text{後から2つ}}{\frac{1}{(2n+1)(2n+3)}}\right\}$

（２ｎ＋3）－（2ｎ－1＝4

発展

＊６

第１章　数列　２・いろいろな数列

５ いろいろな数列の和（その１）

【No.６の後で学習☆発展問題】（１／４）

分数数列の和

◇《分数数列の和》学力化➡　／　，

◇発展演習◇【１】

次の数列の和Ｓを求めなさい。

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3},\ \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4},\ \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5},\ \cdots,\ \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

【考え方】No.６（１／８）の【参考】を参照。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

発展

＊６

第１章　数列　２・いろいろな数列

５ いろいろな数列の和（その１）

【№６の後で学習☆発展問題】（２／４）

◇《分数数列の和》学力化➡　／　,

◇発展演習◇【２】

次の数列の和Ｓを求めなさい。

$$\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5},\ \frac{1}{3\cdot 5\cdot 7},\ \frac{1}{5\cdot 7\cdot 9},\ \cdots,\ \frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$$

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

発展

＊６

第１章　数列　２・いろいろな数列

５ いろいろな数列の和（その１）

【No.６の後で学習☆発展問題】（３／４）

◇《分数数列の和》学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【３】

次の数列の和Ｓを求めなさい。

$$\frac{1}{1+\sqrt{3}},\ \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}},\ \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}},\ \cdots,\ \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$$

［答　　案］

発展

＊６

第１章　数列　２・いろいろな数列

５ いろいろな数列の和（その１）

【№６の後で学習☆発展問題】（４／４）

◇《分数数列の和》学力化➡　　／　，

◇発展演習◇【４】

一般項が$a_n=3n-1$と表される数列$\{a_n\}$について，

$\displaystyle\sum_{k=1}^{99}\frac{1}{a_k a_{k+1}}$の値を求めなさい。

［答　　案］