5

第１章　数列　２・いろいろな数列
4 数列の和と一般項
（１／５）

数列の和と一般項

★知識の整理★

【１】数列の和と一般項

数列｛a_n｝の初項から第ｎ項までの和をS_nとして，a_nとS_nの間の関係について考えてみよう。

ｎ≧２のとき，　$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

$S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$

したがって，$S_n - S_{n-1} = a_n$

また，$S_1 = a_1$ であることを考えると，次のことが成り立つ。

▼　数列の和と一般項　▼

数列｛a_n｝の初項から第ｎ項までの和をS_nとするとき，

初項は　$a_1 = S_1$

ｎ≧２のとき，　$a_n = S_n - S_{n-1}$

【注１】ｎ≧２の条件で求めたa_nが初項についても成り立つかどうかは，a_nの式にｎ＝１を代入して調べる。

【注２】第(ｎ－１)項までの和を求める場合には，ｎ≧２という条件がつく。ｎ＝１のときは，ｎ－１＝１－１＝０となり，不合理であるから。たとえば，$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_0$ は不合理である。

5

第１章　数列　２・いろいろな数列
4 数列の和と一般項
（２／５）

◇《数列の和と一般項》学力化➡　／　，

★解法の技術★

初項から第ｎ項までの和S_nが，次の式で表される数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい。
(1)　$S_n = n^2 - 3n$　　(2)　$S_n = 5^n - 1$　　(3)　$S_n = n^3 - 2n^2 + 5$

【考え方】(3)　$n \geqq 2$における一般項が初項で成り立たないときは，a_1の値も並記しておく。

［答　　案］

(1)　$S_n = n^2 - 3n$

1 （初項の値を求める）

初項は，$a_1 = S_1$　　◀ 書かないと減点

$= 1^2 - 3 \cdot 1$

$= -2$　…①

2 （$n \geqq 2$のときの一般項を求める）

$n \geqq 2$のとき，　　◀ 書かないと減点

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= (n^2 - 3n) - \{(n-1)^2 - 3(n-1)\}$

$= 2n - 4$　…②

3 （$n = 1$の場合も成り立つことを示す）

$n = 1$のとき，

②に$n = 1$を代入すると，

$a_1 = 2 \cdot 1 - 4 = 2 - 4 = -2$

となり，①と一致する。　　◀ 書かないと減点

4 （答をまとめる）

よって，一般項a_nは，$a_n = 2n - 4$

(2)　$S_n = 5^n - 1$

1 （初項の値を求める）

初項は，$a_1 = S_1$　　◀ 書かないと減点

$= 5^1 - 1$

$= 4$　…①

（次のページへつづく）↗

□□　【２・いろいろな数列　No. ５（２／５）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

2（$n \geqq 2$のときの一般項を求める）

$n \geqq 2$のとき，　◀ 書かないと減点

$$
\begin{aligned}
a_n &= S_n - S_{n-1} \\
&= (5^n - 1) - (5^{n-1} - 1) \\
&= 5^n - 5^{n-1} \\
&= 5 \cdot 5^{n-1} - 1 \cdot 5^{n-1} \\
&= (5-1) \cdot 5^{n-1} \\
&= 4 \cdot 5^{n-1} \quad \cdots②
\end{aligned}
$$

◀ $5^n = 5^1 \times 5^{n-1}$

◀ 5^{n-1}は共通因数

3（$n=1$の場合も成り立つことを示す）

$n=1$のとき，

②に$n=1$を代入すると，

$a_1 = 4 \cdot 5^{1-1} = 4 \cdot 1 = 4$

となり，①と一致する。

4（答をまとめる）

よって，一般項a_nは，$a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$

(3)　$S_n = n^3 - 2n^2 + 5$

1（初項の値を求める）

初項は，$a_1 = S_1$　◀ 書かないと減点

$$
\begin{aligned}
&= 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 5 \\
&= 4 \quad \cdots①
\end{aligned}
$$

2（$n \geqq 2$のときの一般項を求める）

$n \geqq 2$のとき，　◀ 書かないと減点

$$
\begin{aligned}
a_n &= S_n - S_{n-1} \\
&= n^3 - 2n^2 + 5 - \{(n-1)^3 - 2(n-1)^2 + 5\} \\
&= 3n^2 - 7n + 3 \quad \cdots②
\end{aligned}
$$

3（$n=1$の場合も成り立つことを示す）

$n=1$のとき，

②に$n=1$を代入すると，

$a_1 = 3 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 3 = -1$

となり，①と一致しない。　◀ 書かないと減点

4（答をまとめる）

①，②より，

$a_1 = 4$

$n \geqq 2$のとき，$a_n = 3n^2 - 7n + 3$

｜メニューへ戻る｜

5

第１章　数列　２・いろいろな数列
４ 数列の和と一般項
（３／５）

◇《数列の和と一般項》**学力化**➡　　／　，

★理解のチェック★

初項から第ｎ項までの和S_nが，次の式で表される数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい。

(1)　$S_n=2n^2+5n$　　(2)　$S_n=3^n-1$　　(3)　$S_n=3\cdot(-2)^{n-1}$

［答　　案］

5

第１章　数列　２・いろいろな数列

４ 数列の和と一般項

（４／５）

◇《数列の和と一般項》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

初項から第ｎ項までの和S_nが，次の式で表される数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい。

(1)　$S_n=n^2$　　(2)　$S_n=2^n-1$

(3)　$S_n=n^3-1$　　(4)　$S_n=n\cdot 3^{n+1}-2$

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

5

第１章　数列　２・いろいろな数列
4 数列の和と一般項
（５／５）

◇《数列の和と一般項》 学力化➡　／　,

★演習★【２】

初項から第ｎ項までの和S_nが，次の式で表される数列$\{a_n\}$の一般項を求めなさい。

(1)　$S_n = n^2 + 2n - 1$　　(2)　$S_n = 7^n - 1$

(3)　$S_n = n^3 + 2n + 6$　　(4)　$S_n = 3^{n+1} - 2n + 1$

［答　　案］