

## 第1章 数列 2・いろいろな数列

## 4 数列の和と一般項

(1/5)

## 数列の和と一般項

## ★知識の整理★

## 【1】数列の和と一般項

数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とし、 $a_n$  と  $S_n$  の間の関係について考えてみよう。

$$n \geq 2 \text{ のとき, } S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$$

したがって、 $S_n - S_{n-1} = a_n$

また、 $S_1 = a_1$  であることを考えると、次のことが成り立つ。

## ▼ 数列の和と一般項 ▼

数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とするとき、

初項は  $a_1 = S_1$

$n \geq 2$  のとき、 $a_n = S_n - S_{n-1}$

【注1】  $n \geq 2$  の条件で求めた  $a_n$  が初項についても成り立つかどうかは、 $a_n$  の式に  $n = 1$  を代入して調べる。

【注2】 第  $(n-1)$  項までの和を求める場合には、 $n \geq 2$  という条件がつく。

$n = 1$  のときは、 $n - 1 = 1 - 1 = 0$  となり、不合理であるから。

たとえば、 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_0$  は不合理である。



## 第1章 数列 2・いろいろな数列

## 4 数列の和と一般項

(2 / 5)

◇ 《数列の和と一般項》 **学力化** → /

## ★解法の技術★

初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が、次の式で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

(1)  $S_n = n^2 - 3n$

(2)  $S_n = 5^n - 1$

(3)  $S_n = n^3 - 2n^2 + 5$

【考え方】 (3)  $n \geq 2$  における一般項が初項で成り立たないときは、 $a_1$  の値も並記しておく。

[答 案]

(1)  $S_n = n^2 - 3n$

① (初項の値を求める)

初項は、 $a_1 = S_1$ 

$$= 1^2 - 3 \cdot 1$$

$$= -2 \quad \dots \textcircled{1}$$

◀ 書かないと減点

② ( $n \geq 2$  のときの一般項を求める) $n \geq 2$  のとき、

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n^2 - 3n) - \{(n-1)^2 - 3(n-1)\}$$

$$= 2n - 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

◀ 書かないと減点

③ ( $n = 1$  の場合も成り立つことを示す) $n = 1$  のとき、②に  $n = 1$  を代入すると、

$$a_1 = 2 \cdot 1 - 4 = 2 - 4 = -2$$

となり、①と一致する。

◀ 書かないと減点

④ (答をまとめる)

よって、一般項  $a_n$  は、 $a_n = 2n - 4$ 

(2)  $S_n = 5^n - 1$

① (初項の値を求める)

初項は、 $a_1 = S_1$ 

$$= 5^1 - 1$$

$$= 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

◀ 書かないと減点

(次のページへつづく) ↗

## □ □ 【2・いろいろな数列 No. 5 (2/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

→ (前のページからのつづき)

## ② (n ≥ 2 のときの一般項を求める)

n ≥ 2 のとき,

$$\begin{aligned}
 a_n &= S_n - S_{n-1} \\
 &= (5^n - 1) - (5^{n-1} - 1) \\
 &= 5^n - 5^{n-1} \\
 &= 5 \cdot 5^{n-1} - 1 \cdot 5^{n-1} \\
 &= (5 - 1) \cdot 5^{n-1} \\
 &= 4 \cdot 5^{n-1} \quad \dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

◀ 書かないと減点

◀  $5^n = 5^1 \times 5^{n-1}$ ◀  $5^{n-1}$  は共通因数

## ③ (n = 1 の場合も成り立つことを示す)

n = 1 のとき,

②に n = 1 を代入すると,

$$a_1 = 4 \cdot 5^{1-1} = 4 \cdot 1 = 4$$

となり, ①と一致する。

## ④ (答をまとめる)

よって, 一般項  $a_n$  は,  $a_n = 4 \cdot 5^{n-1}$ (3)  $S_n = n^3 - 2n^2 + 5$ 

## ① (初項の値を求める)

初項は,  $a_1 = S_1$ 

$$\begin{aligned}
 &= 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 5 \\
 &= 4 \quad \dots \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

◀ 書かないと減点

## ② (n ≥ 2 のときの一般項を求める)

n ≥ 2 のとき,

$$\begin{aligned}
 a_n &= S_n - S_{n-1} \\
 &= n^3 - 2n^2 + 5 - \{(n-1)^3 - 2(n-1)^2 + 5\} \\
 &= 3n^2 - 7n + 3 \quad \dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

◀ 書かないと減点

## ③ (n = 1 の場合も成り立つことを示す)

n = 1 のとき,

②に n = 1 を代入すると,

$$a_1 = 3 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 3 = -1$$

となり, ①と一致しない。

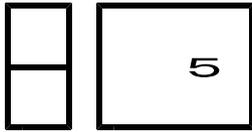
◀ 書かないと減点

## ④ (答をまとめる)

①, ②より,

$$a_1 = 4$$

$$n \geq 2 \text{ のとき, } a_n = 3n^2 - 7n + 3$$



第1章 数列 2・いろいろな数列

**4** 数列の和と一般項

(3 / 5)

◇ 《数列の和と一般項》 **学力化** → / ,

-----  
★理解のチェック★

初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が、次の式で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

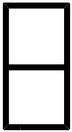
(1)  $S_n = 2n^2 + 5n$

(2)  $S_n = 3^n - 1$

(3)  $S_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$

-----

[答 案]



第1章 数列 2・いろいろな数列

**4** 数列の和と一般項

(4 / 5)

◇ 《数列の和と一般項》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が、次の式で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

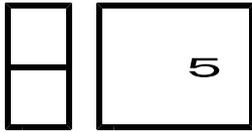
(1)  $S_n = n^2$

(2)  $S_n = 2^n - 1$

(3)  $S_n = n^3 - 1$

(4)  $S_n = n \cdot 3^{n+1} - 2$

[答 案]



第1章 数列 2・いろいろな数列

**4** 数列の和と一般項

(5 / 5)

◇ 《数列の和と一般項》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が、次の式で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めなさい。

(1)  $S_n = n^2 + 2n - 1$

(2)  $S_n = 7^n - 1$

(3)  $S_n = n^3 + 2n + 6$

(4)  $S_n = 3^{n+1} - 2n + 1$

[答 案]