２・いろいろな数列 ナビ　　2020. 6. 24（水）

学習資料　《Σ（シグマ）》

★知識の整理★

【１】Σ（シグマ）

(1) Σの定義

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

和を表す記号　$\sum_{k=1}^{n} a_k$

n…「ｎ番目まで」
a_k…一般項
k＝１…「１番目から」

▲ Σは英語のSに相当するギリシャ文字　（Sum ：和）

(2) Σの性質

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$　　$\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n} b_k$

② $\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$　（ｃは定数）

(3) いろいろな和の公式

① $\sum_{k=1}^{n} c = cn$　（ｃは定数）　$\underbrace{c+c+c+\cdots+c}_{n個} = cn$　特に，$\sum_{k=1}^{n} 1 = n$

② $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$　　$1+2+3+\cdots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$

③ $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$　　$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

④ $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$　　$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$

⑤ 初項ａ，公比ｒ，項数ｎの等比数列の和

・$\sum_{k=1}^{n} a\cdot r^{k-1} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$　（ｒ＞０）　$a+ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$

・$\sum_{k=1}^{n} a\cdot r^{k-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$　（ｒ＜０）　$a+ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

・ｒ＝１のとき，$\sum_{k=1}^{n} a\cdot 1^{k-1} = na$

＊【等差数列の和】Ⅰ型：等差数列の和＝$\frac{1}{2}$×項数×（初項＋末項）

Ⅱ型：等差数列の和＝$\frac{1}{2}$×項数×{２×初項＋（項数－１）×公差}