

等比数列の和

★知識の整理★

【1】等比数列の和(具体例)

初項2, 公比3, 項数5の等比数列の和  $S = 2 + 6 + 18 + 54 + 162$  から, 両辺を3倍したものを右のように項を1つずつずらして引くと,

$$\begin{aligned} S - 3S &= 2 - 486 \\ -2S &= -484 \\ \text{よって, } S &= 242 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} S = 2 + (6 + 18 + 54 + 162) \\ \times 3 \quad \swarrow \quad \searrow \quad \searrow \quad \searrow \\ -) 3S = (6 + 18 + 54 + 162) + 486 \\ \hline -2S = 2 \qquad \qquad \qquad -486 \end{array}$$

【2】等差数列の和(一般例)

一般に, 初項  $a$ , 公比  $r$  の等比数列の初項から第  $n$  項までの和を  $S_n$  とすると,

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \quad \dots \textcircled{1}$$

①の両辺に公比  $r$  を掛けて,

$$rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \quad \dots \textcircled{2}$$

①-②より,

$$(1-r)S_n = a - ar^n = a(1-r^n)$$

したがって,  $r \neq 0$  のとき,  $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

また,  $r = 1$  のとき,  $S_n$  は  $n$  個の  $a$  の和であるから,

$$S_n = a + a + a + \dots + a = na$$

\*この考え方を覚えること

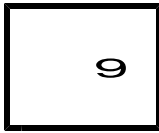
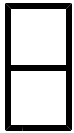
▶等比数列の和

初項  $a$ , 公比  $r$ , 項数  $n$  の等比数列の和を  $S_n$  とすると,

$$\begin{array}{l} r \neq 1 \text{ のとき} \\ S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \quad \dots \text{《基本型》} \\ \quad \uparrow r < 1 \text{ のとき} \quad \quad \uparrow r > 1 \text{ のとき} \end{array}$$

\*  $r = 1$  のとき

$$S_n = na$$



## 第1章 数列 1・等差数列・等比数列

## 3 等比数列(その3)

## (2/5) ■ 等比数列の和① ■

◇ 《等比数列の和①》 **学力化** → /

## ★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和  $S$  を求めなさい。

- ① 初項 4, 公比 3, 項数 5  
 ② 初項 8, 公比  $\frac{1}{2}$ , 項数 6

(2) 次の等比数列の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めなさい。

- ① 初項 2, 公比  $-3$   
 ② 1, 4, 16, 64, ...

## [答 案]

初項を  $a$ , 公比を  $r$ , 項数を  $n$  とする。(1) ① 与えられた数列は,  $a = 4$ ,  $r = 3$ ,  $n = 5$  の等比数列だから, その和  $S$  は

$$S = \frac{4(3^5 - 1)}{3 - 1} = 2 \times (3^5 - 1) = 484 \quad \leftarrow r > 1$$

② 与えられた数列は,  $a = 8$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  $n = 6$  の等比数列だから, その和  $S$  は

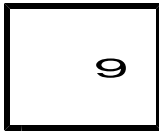
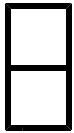
$$S = \frac{8\{1 - (\frac{1}{2})^6\}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{16\{1 - (\frac{1}{2})^6\}}{2 - 1} = 16\{1 - (\frac{1}{2})^6\} = \frac{63}{4} \quad \leftarrow r < 1$$

(2) ① 与えられた数列は,  $a = 2$ ,  $r = -3$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は

$$S_n = \frac{2\{1 - (-3)^n\}}{1 - (-3)} = \frac{1 - (-3)^n}{2} \quad \leftarrow r < 1$$

② 与えられた数列は,  $a = 1$ ,  $r = 4$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は

$$S_n = \frac{1(4^n - 1)}{4 - 1} = \frac{4^n - 1}{3} \quad \leftarrow r > 1$$



## 第1章 数列 1・等差数列・等比数列

## 3 等比数列(その3)

## (3/5) ■ 等比数列の和① ■

◇ 《等比数列の和①》 **学力化** → /

## ★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和  $S$  を求めなさい。

- ① 初項 3, 公比 2, 項数 5
- ② 初項 6, 公比  $\frac{1}{2}$ , 項数 6
- ③ 初項 6, 公比  $-2$ , 項数 4

(2) 次の等比数列の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めなさい。

- ① 初項 3, 公比  $-2$
- ② 8,  $-4$ , 2,  $-1$ , ...

[答 案]

初項を  $a$ , 公比を  $r$ , 項数を  $n$  とする。(1) ① 与えられた数列は,  $a = 3$ ,  $r = 2$ ,  $n = 5$  の等比数列だから, その和  $S$  は

$$S =$$

② 与えられた数列は,  $a = 6$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  $n = 6$  の等比数列だから, その和  $S$  は

$$S =$$

③ 与えられた数列は,  $a = 6$ ,  $r = -2$ ,  $n = 4$  の等比数列だから, その和  $S$  は

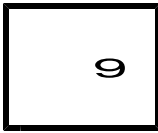
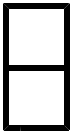
$$S =$$

(2) ① 与えられた数列は,  $a = 3$ ,  $r = -2$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は

$$S_n =$$

② 与えられた数列は,  $a = 8$ ,  $r =$  \_\_\_\_\_,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は

$$S_n =$$



## 第1章 数列 1・等差数列・等比数列

## 3 等比数列(その3)

## (4/5) ■ 等比数列の和① ■

◇ 《等比数列の和①》 学力化 → /

## ★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和  $S$  を求めなさい。

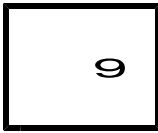
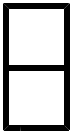
- ① 初項 5, 公比 3, 項数 4
- ② 初項 1, 公比  $\frac{1}{3}$ , 項数 3
- ③ 初項 1, 公比  $-3$ , 項数 4

(2) 次の等比数列の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めなさい。

- ① 初項 7, 公比 2
- ② 2, 6, 18, 54, ...

[答 案]

初項を  $a$ , 公比を  $r$ , 項数を  $n$  とする。(1) ① 与えられた数列は,  $a = 5$ ,  $r = 3$ ,  $n = 4$  の等比数列だから, その和  $S$  は② 与えられた数列は,  $a = 1$ ,  $r = \frac{1}{3}$ ,  $n = 3$  の等比数列だから, その和  $S$  は③ 与えられた数列は,  $a = 1$ ,  $r = -3$ ,  $n = 4$  の等比数列だから, その和  $S$  は(2) ① 与えられた数列は,  $a = 7$ ,  $r = 2$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は② 与えられた数列は,  $a = 2$ ,  $r = \dots\dots\dots$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は



## 第1章 数列 1・等差数列・等比数列

## 3 等比数列(その3)

## (5/5) ■ 等比数列の和① ■

◇ 《等比数列の和①》 **学力化** → / ,

## ★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和  $S$  を求めなさい。

① 初項 3, 公比 2, 項数 10

② 初項 1, 公比  $\frac{1}{2}$ , 項数 8③ 初項 2, 公比  $-3$ , 項数 6(2) 次の等比数列の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  を求めなさい。① 初項 16, 公比  $-\frac{1}{2}$ ② 1,  $-2$ , 4,  $-8$ , ...

[答 案]

初項を  $a$ , 公比を  $r$ , 項数を  $n$  とする。(1) ① 与えられた数列は,  $a = 3$ ,  $r = 2$ ,  $n = 10$  の等比数列だから, その和  $S$  は② 与えられた数列は,  $a = 1$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  $n = 8$  の等比数列だから, その和  $S$  は③ 与えられた数列は,  $a = 2$ ,  $r = -3$ ,  $n = 6$  の等比数列だから, その和  $S$  は(2) ① 与えられた数列は,  $a = 16$ ,  $r = -\frac{1}{2}$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は② 与えられた数列は,  $a = 1$ ,  $r = \dots\dots\dots$ ,  $n = n$  の等比数列だから, その和  $S_n$  は