等比数列の和

★知識の整理★

【１】等比数列の和（具体例）

初項２，公比３，項数５の等比数列の和　Ｓ＝２＋６＋１８＋５４＋１６２　から，両辺を３倍したものを右のように項を１つづつずらして引くと，

Ｓ－３Ｓ＝２－４８６

－２Ｓ＝－４８４

よって，　Ｓ＝２４２

$$
\begin{array}{rrl}
 & S= & 2+(6+18+54+162) \\
 \times 3 & & \\
-) & 3S= & \quad\ \ (6+18+54+162)+486 \\
\hline
 & -2S= & 2 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad -486
\end{array}
$$

【２】等差数列の和（一般例）

一般に，初項ａ，公比ｒの等比数列の初項から第ｎ項までの和をS_nとすると，

$S_n=a+\boxed{ar+ar^2+\cdots+ar^{n-2}+ar^{n-1}}$　…①

①の両辺に公比ｒを掛けて，

$rS_n=\boxed{ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1}}+ar^n$　…②

①－②より，

$(1-r)S_n=a-ar^n=a(1-r^n)$

したがって，ｒ≠０　のとき，$S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

＊この考え方を覚えること

また，ｒ＝１のとき，S_nはｎ個のａの和であるから，

$S_n=a+a+a+\cdots+a=na$

したがって，次の公式が成り立つ。

▶等比数列の和

初項ａ，公比ｒ，項数ｎ　の等比数列の和をS_nとすると，

ｒ≠１　のとき

$S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$　…《基本型》

↑ ｒ＜１ のとき　　↑ ｒ＞１ のとき

＊ｒ＝１のとき

$S_n=na$

｜メニューへ戻る｜

◇《等比数列の和①》 学力化➡　　／　，

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和Ｓを求めなさい。

① 初項４，公比３，項数５

② 初項８，公比$\frac{1}{2}$，項数６

(2) 次の等比数列の初項から第ｎ項までの和S_nを求めなさい。

① 初項２，公比－３

② １，４，１６，６４，…

［答　　案］

初項をａ，公比をｒ，項数をｎとする。

(1) ① 与えられた数列は，$a=4$，$r=3$，$n=5$の等比数列だから，その和Ｓは

$$S=\frac{4(3^5-1)}{3-1}=2\times(3^5-1)=484$$ ◀ $r>1$

② 与えられた数列は，$a=8$，$r=\frac{1}{2}$，$n=6$の等比数列だから，その和Ｓは

$$S=\frac{8\{1-(\frac{1}{2})^6\}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{16\{1-(\frac{1}{2})^6\}}{2-1}=16\{1-(\frac{1}{2})^6\}=\frac{63}{4}$$ ◀ $r<1$

(2) ① 与えられた数列は，$a=2$，$r=-3$，$n=n$の等比数列だから，その和S_nは

$$S_n=\frac{2\{1-(-3)^n\}}{1-(-3)}=\frac{1-(-3)^n}{2}$$ ◀ $r<1$

② 与えられた数列は，$a=1$，$r=4$，$n=n$の等比数列だから，その和S_nは

$$S_n=\frac{1(4^n-1)}{4-1}=\frac{4^n-1}{3}$$ ◀ $r>1$

9

第１章　数列　１・等差数列・等比数列

３ 等比数列（その３）

（３／５）■　等比数列の和①　■

◇《等比数列の和①》学力化➡　／　，

----★理解のチェック★----

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和Ｓを求めなさい。

① 初項３，公比２，項数５

② 初項６，公比$\frac{1}{2}$，項数６

③ 初項６，公比－２，項数４

(2) 次の等比数列の初項から第ｎ項までの和S_nを求めなさい。

① 初項３，公比－２

② ８，－４，２，－１，…

［答　　案］

初項をａ，公比をｒ，項数をｎとする。

(1) ① 与えられた数列は，ａ＝３，ｒ＝２，ｎ＝５の等比数列だから，その和Ｓは

Ｓ＝

② 与えられた数列は，ａ＝６，$r=\frac{1}{2}$，ｎ＝６の等比数列だから，その和Ｓは

Ｓ＝

③ 与えられた数列は，ａ＝６，ｒ＝－２，ｎ＝４の等比数列だから，その和Ｓは

Ｓ＝

(2) ① 与えられた数列は，ａ＝３，ｒ＝－２，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和S_nは

S_n＝

② 与えられた数列は，ａ＝８，ｒ＝＿＿＿＿，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和S_nは

S_n＝

9

第１章　数列　１・等差数列・等比数列
3 等比数列（その３）
（４／５）■　等比数列の和①　■

◇《等比数列の和①》学力化➡　／　，

★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和Ｓを求めなさい。

① 初項５，公比３，項数４

② 初項１，公比 $\frac{1}{3}$，項数３

③ 初項１，公比－３，項数４

(2) 次の等比数列の初項から第ｎ項までの和 S_n を求めなさい。

① 初項７，公比２

② ２，６，１８，５４，…

［答　案］

初項をａ，公比をｒ，項数をｎとする。

(1) ① 与えられた数列は，ａ＝５，ｒ＝３，ｎ＝４の等比数列だから，その和Ｓは

② 与えられた数列は，ａ＝１，$r=\frac{1}{3}$，ｎ＝３の等比数列だから，その和Ｓは

③ 与えられた数列は，ａ＝１，ｒ＝－３，ｎ＝４の等比数列だから，その和Ｓは

(2) ① 与えられた数列は，ａ＝７，ｒ＝２，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和 S_n は

② 与えられた数列は，ａ＝２，ｒ＝＿＿＿，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和 S_n は

第１章　数列　１・等差数列・等比数列
3 等比数列（その３）
（５／５）■　等比数列の和①　■

◇《等比数列の和①》**学力化**➡　／　，

★演習★【２】

次の問いに答えなさい。

(1) 次のような等比数列の和Ｓを求めなさい。

① 初項３，公比２，項数１０

② 初項１，公比 $\frac{1}{2}$，項数８

③ 初項２，公比－３，項数６

(2) 次の等比数列の初項から第ｎ項までの和 S_n を求めなさい。

① 初項１６，公比 $-\frac{1}{2}$

② １，－２，４，－８，…

［答　　案］

初項をａ，公比をｒ，項数をｎとする。

(1) ① 与えられた数列は，ａ＝３，ｒ＝２，ｎ＝１０の等比数列だから，その和Ｓは

② 与えられた数列は，ａ＝１，$r=\frac{1}{2}$，ｎ＝８の等比数列だから，その和Ｓは

③ 与えられた数列は，ａ＝２，ｒ＝－３，ｎ＝６の等比数列だから，その和Ｓは

(2) ① 与えられた数列は，ａ＝１６，$r=-\frac{1}{2}$，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和 S_n は

② 与えられた数列は，ａ＝１，ｒ＝＿＿＿，ｎ＝ｎの等比数列だから，その和 S_n は