

第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(1/7) ■ 等差数列の一般項 ■

等差数列の一般項

★知識の整理★

【1】等差数列の一般項初項 a 、公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は

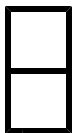
$$a_n = a + (n - 1)d$$

 a と d がわかれば、一般項が求められる。**【2】等差中項**3つの数 a 、 b 、 c がこの順に等差数列ならば、 $b - a = c - b$ より、 $2b = a + c$ が成り立つ。逆に、 $2b = a + c$ ならば、 $b - a = c - b$ となり、 a 、 b 、 c は等差数列となる。

したがって、次のことが成り立つ。

$$3 \text{ つの数 } a, b, c \text{ がこの順に等差数列} \iff 2b = a + c$$

* 中央の数 b を等差中項という。



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(2/7) ■ 等差数列の一般項 ■

◇ 《等差数列の一般項/等差中項》 **学力化** → /

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

- (1) 第3項が10, 第8項が50の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。 **A型**
- (2) 公差4, 第8項が33の等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい。
- ① 一般項を求めなさい。 **B型**
- ② 113は第何項か求めなさい。 **(D)型**
- ③ 初めて500より大きくなるのは第何項か求めなさい。 **(E)型**
- (3) 3つの数 χ , 6, χ^2 がこの順に等差数列であるとき, χ の値を求めなさい。
(F)型

【考え方】等差数列の一般項

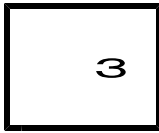
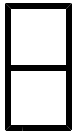
初項 a , 公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は $a_n = a + (n-1)d$ 等差中項: 3つの数 a, b, c がこの順に等差数列 $\iff 2b = a + c$

[答 案]

- (1) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると,
 $a_3 = 10$ であるから, $10 = a + (3-1)d$ より, $10 = a + 2d$ …①
 $a_8 = 50$ であるから, $50 = a + (8-1)d$ より, $50 = a + 7d$ …②
 ①, ②を連立方程式として解くと, $a = -6, d = 8$
 よって, 求める一般項は, $a_n = -6 + (n-1) \times 8 = \underline{8n - 14}$

- (2) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると,
- ① $d = 4, a_8 = 33$ であるから, $33 = a + (8-1) \times 4$
 これを解いて, $a = 5$
 よって, 求める一般項は, $a_n = 5 + (n-1) \times 4 = \underline{4n + 1}$
- ② $a_n = 113$ となる n を求めればよいので, $113 = 4n + 1$
 これを解いて, $n = 28$
 よって, 113は第28項
- ③ $a_n > 500$ となる最小の自然数 n を求めればよいので, $4n + 1 > 500$
 これを解いて, $n > \frac{499}{4} = 124.75$ より, $n = 125$
 よって, 初めて500より大きくなるのは第125項

- (3) $\chi, 6, \chi^2$ がこの順に等差数列であるから,
 $2 \times 6 = \chi + \chi^2$
 $\chi^2 + \chi - 12 = 0$
 $(\chi + 4)(\chi - 3) = 0$
 $\underline{\chi = -4, 3}$



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(3/7) ■ 等差数列の一般項 ■

◇ 《等差数列の一般項/等差中項》 **学力化** → /

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。① 初項が -5 , 第17項が 75 **C型 new**② ~~公差が 3 , 第16項が 81~~ ③ 第6項が -2 , 第15項が 25 **A型**(2) 公差が -5 , 第13項が -7 である等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい。① 一般項を求めなさい。 **B型**② -52 は第何項か求めなさい。 **(D)型**③ 初めて -300 より小さくなるのは第何項か求めなさい。 **(E)型**(3) 3つの数 χ^2 , χ , -8 がこの順に等差数列であるとき, χ の値を求めなさい。 **(F)型**

[答 案]

(1) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n - 1)d$ とすると,

①

②

③

(2) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n - 1)d$ とすると,

①

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【等差数列・等比数列 No. 3 (3 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

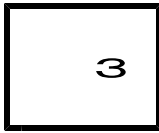
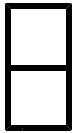
↗ (前のページからのつづき)

②

③

(3) $x^2, x, -8$ がこの順に等差数列であるから,

$$\begin{aligned} \blacktriangleleft \text{差が等しい} \quad x - x^2 &= -8 - x \\ x^2 - 2x - 8 &= 0 \end{aligned}$$



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(4/7) ■ 等差数列の一般項 ■

◇ 《等差数列の一般項/等差中項》 **学力化** → /

Op_A

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

- ① 初項が6, 第4項が18
- ② 公差が2, 第8項が4
- ③ 第4項が14, 第10項が62

(2) 初項1, 公差3の等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい。

- ① 一般項を求めなさい。
- ② 40は第何項か求めなさい。
- ③ 初めて100より大きくなるのは第何項か求めなさい。

(3) 3つの数 $a, 6, 2a$ がこの順に等差数列であるとき, a の値を求めなさい。

[答 案]

(1) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n - 1)d$ とすると,

①

②

③

(2) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n - 1)d$ とすると,

①

②

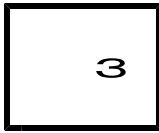
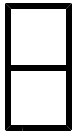
(次のページへつづく) →

□ □ 【等差数列・等比数列 No. 3 (4 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

③

(3) $a, 6, 2a$ がこの順に等差数列であるから,



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(5/7) ■ 等差数列の一般項 ■

◇ 《等差数列の一般項/等差中項》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。① 初項が -8 , 第8項が 55 **C型**② 公差が $\frac{2}{5}$, 第30項が $\frac{23}{5}$ **B型**~~③ 第10項が 49 , 第23項が 10~~ (2) 第10項が -20 , 第20項が -50 である等差数列 $\{a_n\}$ について, 次の問いに答えなさい。① 一般項を求めなさい。 **A型**② -110 は第何項か求めなさい。 **(D)型**③ 初めて -500 より小さくなるのは第何項か求めなさい。 **(E)型**(3) 4つの数 $2, x, y, z$ がこの順に等差数列をなし, また, $2x, y+1, z-y$ がこの順に等差数列をなしているとき, x, y, z の値を求めなさい。 **(F')型 new**

【考え方】(3) 未知数が x, y, z の3個あるので, これらを求めるには3本の方程式が必要となる。そこで, 等差中項を使って, $2, x, y$ から1本, x, y, z から1本, $2x, y+1, z-y$ から1本作り, これらを連立して x, y, z の値を求める。

[答 案]

(1) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると,

①

②

③

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【等差数列・等比数列 No. 3 (5 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(2) 初項 a , 公差 d として, 求める一般項を $a_n = a + (n - 1)d$ とすると,

①

②

③

(3)



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(6/7) ■ 等差数列の一般項 ■

一般項が $a_n = pn + q$ の数列

★知識の整理★

【1】一般項が $a_n = pn + q$ (p, q は定数) の数列初項 a , 公差 d の等差数列の一般項 a_n は

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$= a + dn - d$$

$$= dn + (a - d)$$

であるから, $d \neq 0$ のとき, 等差数列の一般項は, n の1次式である。 ◀重要事項

★解法の技術★

一般項が $a_n = 6n - 4$ で表される数列 $\{a_n\}$ は, どのような数列か。【考え方】 p, q が定数のとき, 一般項 $a_n = pn + q$ で表される数列 $\{a_n\}$ は等差数列である。

[答 案]

$$a_n = 6n - 4 \text{ であるから,}$$

◀ n 番目の項

$$a_{n+1} = 6(n+1) - 4 = 6n + 2$$

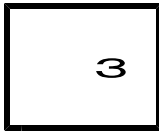
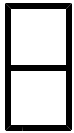
◀ $(n+1)$ 番目の項

これより,

$$a_{n+1} - a_n = (6n + 2) - (6n - 4) = \underline{6}$$

◀ 公差(一定)

したがって, $a_{n+1} - a_n$ が一定であるから, $\{a_n\}$ は等差数列である。また, $a_1 = 6 \times 1 - 4 = 2$ より, 等差数列 $\{a_n\}$ の初項は 2。よって, 求める数列は, **初項 2, 公差 6 の等差数列** である。



第1章 数列 1・等差数列・等比数列

2 等差数列(その2)

(7/7) ■ 等差数列の一般項 ■

◇ 《一般項が $a_n = pn + q$ の数列》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

一般項が $a_n = -5n + 8$ で表される数列 $\{a_n\}$ は、どのような数列か。

[答 案]

$a_n = -5n + 8$ であるから、

$a_{n+1} =$

これより、

$a_{n+1} - a_n =$

◀公差

したがって、

また、

よって、求める数列は、 である。

◇ 《一般項が $a_n = pn + q$ の数列》 **学力化** → / ,

Op_A

★演習★【3】

一般項 a_n が $a_n = 2n - 3$ で表される数列 $\{a_n\}$ は、どのような数列か。

[答 案]

$a_n = 2n - 3$ であるから、