｜メニューへ戻る｜

等差数列の一般項

★知識の整理★

【１】等差数列の一般項

初項ａ，公差ｄの等差数列｛a_n｝の一般項a_nは

$a_n = a + (n - 1)d$

ａとｄがわかれば，一般項が求められる。

【２】等差中項

３つの数ａ，ｂ，ｃがこの順に等差数列ならば，

ｂ－ａ＝ｃ－ｂ　より，２ｂ＝ａ＋ｃ　が成り立つ。

逆に，２ｂ＝ａ＋ｃ　ならば，

ｂ－ａ＝ｃ－ｂ　となり，ａ，ｂ，ｃは等差数列となる。

したがって，次のことが成り立つ。

> ３つの数ａ，ｂ，ｃがこの順に等差数列　$\Longleftrightarrow$　２ｂ＝ａ＋ｃ
> ＊中央の数ｂを等差中項という。

3

第１章　数列　１・等差数列・等比数列

2 等差数列（その２）

（２／７）■　等差数列の一般項　■

◇《等差数列の一般項／等差中項》学力化➡　　／　，

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1)　第３項が１０，第８項が５０の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。　Ａ型

(2)　公差４，第８項が３３の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

①　一般項を求めなさい。　Ｂ型

②　１１３は第何項か求めなさい。　（Ｄ）型

③　初めて５００より大きくなるのは第何項か求めなさい。　（Ｅ）型

(3)　３つの数 χ，６，χ^2 がこの順に等差数列であるとき，χ の値を求めなさい。

（Ｆ）型

【考え方】等差数列の一般項

初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は　$a_n = a + (n-1)d$

等差中項：　３つの数 a，b，c がこの順に等差数列　$\Longleftrightarrow$　$2b = a + c$

［答　案］

(1)　初項 a，公差 d として，求める一般項を　$a_n = a + (n-1)d$　とすると，

$a_3 = 10$ であるから，$10 = a + (3-1)d$ より，$10 = a + 2d$　…①

$a_8 = 50$ であるから，$50 = a + (8-1)d$ より，$50 = a + 7d$　…②

①，②を連立方程式として解くと，$a = -6$，$d = 8$

よって，求める一般項は，$a_n = -6 + (n-1) \times 8 = \underline{8n-14}$

(2)　初項 a，公差 d として，求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると，

①　$d = 4$，$a_8 = 33$ であるから，$33 = a + (8-1) \times 4$

これを解いて，$a = 5$

よって，求める一般項は，$a_n = 5 + (n-1) \times 4 = \underline{4n+1}$

②　$a_n = 113$ となる n を求めればよいので，$113 = 4n + 1$

これを解いて，$n = 28$

よって，<u>１１３は第２８項</u>

③　$a_n > 500$ となる最小の自然数 n を求めればよいので，$4n + 1 > 500$

これを解いて，$n > \dfrac{499}{4} = 124.75$ より，$n = 125$

よって，<u>初めて５００より大きくなるのは第１２５項</u>

(3)　χ，６，χ^2 がこの順に等差数列であるから，

$2 \times 6 = \chi + \chi^2$

$\chi^2 + \chi - 12 = 0$

$(\chi + 4)(\chi - 3) = 0$

$\underline{\chi = -4,\ 3}$

｜メニューへ戻る｜

３

第１章　数列　１・等差数列・等比数列

２ 等差数列（その２）

（３／７）■　等差数列の一般項　■

◇《等差数列の一般項／等差中項》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

①　初項が－５，第１７項が７５　Ｃ型 new

~~②　公差が３，第１６項が８１~~

③　第６項が－２，第１５項が２５　Ａ型

(2) 公差が－５，第１３項が－７である等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

①　一般項を求めなさい。　Ｂ型

②　－５２は第何項か求めなさい。　（Ｄ）型

③　初めて－３００より小さくなるのは第何項か求めなさい。　（Ｅ）型

(3) ３つの数 χ^2，χ，－８がこの順に等差数列であるとき，χ の値を求めなさい。　（Ｆ）型

［答　　案］

(1) 初項 a，公差 d として，求める一般項を　$a_n = a + (n-1)d$　とすると，

①

~~②~~

③

(2) 初項 a，公差 d として，求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると，

①

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

②

③

(3)　χ^2，χ，-8 がこの順に等差数列であるから，

◀差が等しい　$\chi-\chi^2=-8-\chi$

$\chi^2-2\chi-8=0$

｜メニューへ戻る｜

◇《等差数列の一般項／等差中項》 学力化➡　　／　，　　　　　　　　Ｏｐ＿Ａ

★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めなさい。

① 初項が６，第４項が１８

② 公差が２，第８項が４

③ 第４項が１４，第１０項が６２

(2) 初項１，公差３の等差数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えなさい。

① 一般項を求めなさい。

② ４０は第何項か求めなさい。

③ 初めて１００より大きくなるのは第何項か求めなさい。

(3) ３つの数ａ，６，２ａがこの順に等差数列であるとき，ａの値を求めなさい。

［答　　案］

(1) 初項ａ，公差ｄとして，求める一般項を　$a_n = a + (n-1)d$　とすると，

①

②

③

(2) 初項ａ，公差ｄとして，求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とすると，

①

②

（次のページへつづく）↗

□□　【等差数列・等比数列　No.３（４／７）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

③

(3)　ａ，６，２ａがこの順に等差数列であるから，

３

第１章　数列　１・等差数列・等比数列

２ 等差数列（その２）

（５／７）■　等差数列の一般項　■

◇《等差数列の一般項／等差中項》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

次の問いに答えなさい。

(1) 次の等差数列 ｛a_n｝ の一般項を求めなさい。

① 初項が－８，第８項が５５　Ｃ型

② 公差が $\frac{2}{5}$，第３０項が $\frac{23}{5}$　Ｂ型

~~③ 第１０項が４９，第２３項が１０~~

(2) 第１０項が－２０，第２０項が－５０である等差数列 ｛a_n｝ について，次の問いに答えなさい。

① 一般項を求めなさい。　Ａ型

② －１１０は第何項か求めなさい。　(Ｄ)型

③ 初めて－５００より小さくなるのは第何項か求めなさい。　(Ｅ)型

(3) ４つの数２，χ，ｙ，ｚがこの順に等差数列をなし，また，２χ，ｙ＋１，ｚ－ｙがこの順に等差数列をなしているとき，χ，ｙ，ｚの値を求めなさい。　(Ｆ’)型 new

【考え方】(3) 未知数がχ，ｙ，ｚの３個あるので，これらを求めるには３本の方程式が必要となる。そこで，等差中項を使って，２，χ，ｙから１本，χ，ｙ，ｚから１本，２χ，ｙ＋１，ｚ－ｙから１本作り，これらを連立してχ，ｙ，ｚの値を求める。

［答　　案］

(1) 初項ａ，公差ｄとして，求める一般項を　$a_n = a + (n-1)d$　とすると，

①

②

~~③~~

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□□　【等差数列・等比数列　No.３（５／７）】　ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2) 初項ａ，公差ｄとして，求める一般項を$a_n = a + (n-1)d$とすると，

①

②

③

(3)

｜メニューへ戻る｜

一般項が$a_n = pn + q$の数列

★知識の整理★

【１】一般項が$a_n = pn + q$（p，qは定数）の数列

初項ａ，公差ｄの等差数列の一般項a_nは

$$
\begin{aligned}
a_n &= a + (n-1)d \\
&= a + dn - d \\
&= dn + (a - d)
\end{aligned}
$$

であるから，$d \neq 0$のとき，等差数列の一般項は，ｎの１次式である。　◀重要事項

★解法の技術★

一般項が$a_n = 6n - 4$で表される数列$\{a_n\}$は，どのような数列か。

【考え方】ｐ，ｑが定数のとき，一般項$a_n = pn + q$で表される数列$\{a_n\}$は等差数列である。

［答　　案］

$a_n = 6n - 4$であるから，　◀n番目の項

$a_{n+1} = 6(n+1) - 4 = 6n + 2$　◀(n＋1)番目の項

これより，

$a_{n+1} - a_n = (6n+2) - (6n-4) = \underline{6}$　◀公差（一定）

したがって，$a_{n+1} - a_n$が一定であるから，$\{a_n\}$は等差数列である。

また，$a_1 = 6 \times 1 - 4 = 2$より，等差数列$\{a_n\}$の初項は２。

よって，求める数列は，**初項２，公差６の等差数列** である。

第１章　数列　１・等差数列・等比数列
２ 等差数列（その２）
（７／７）■　等差数列の一般項　■

３

◇《一般項が$a_n = pn + q$の数列》 学力化➡　／　，

★理解のチェック★
一般項が$a_n = -5n + 8$で表される数列｛a_n｝は，どのような数列か。

［答　案］

$a_n = -5n + 8$であるから，

$a_{n+1} =$

これより，

$a_{n+1} - a_n =$ ◀公差

したがって，

また，

よって，求める数列は，＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿である。

◇《一般項が$a_n = pn + q$の数列》 学力化➡　／　，　Ｏｐ＿Ａ

★演習★【３】
一般項a_nが$a_n = 2n - 3$で表される数列｛a_n｝は，どのような数列か。

［答　案］

$a_n = 2n - 3$であるから，