

第3章 図形の性質 1・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理 (その1)

(1/5) ■ メネラウスの定理 ■

メネラウスの定理

★知識の整理★

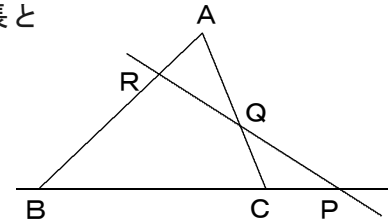
【1】メネラウスの定理

ある直線が△ABCの辺BC, CA, ABまたはその延長とそれぞれ点P, Q, Rで交われば

$$\frac{AR}{RB} \cdot \frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} = 1$$

が成り立つ。

* 証明は学習する必要はありません。



▲三角形の3辺と交わる直線があるときは、メネラウスの定理が使えます。

【2】メネラウスの定理の利用法

★ 三角形の頂点3つと直線上の3点(分点)を区別する。

まず直線を見分ける。長さが全く入っていない線を直線とする。(後述)

★★三角形の頂点→直線上の点(分点)→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

* 《メネラウスの定理を使う手順》

$$\frac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}} \cdot \frac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}} \cdot \frac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}} = 1$$

(下の図を参照)

* スタート地点と、進む方向を決めた後は一本道である。

★

三角形と直線の配置は以下の2パターン

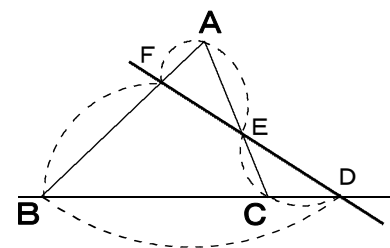
[1] 三角形と2点で交わる(延長線と1点で交わる)。

頂点AからFへ進むと、

$$\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

A, B, Cが三角形の頂点

F, D, Eが直線上の点(分点)



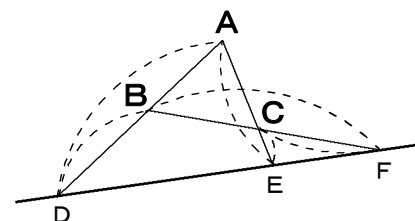
[2] 三角形とは交わらない(延長線と3点で交わる)。

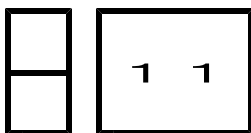
頂点AからDへ進むと、

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{BF}{FC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1$$

A, B, Cが三角形の頂点

D, F, Eが直線上の点(分点)





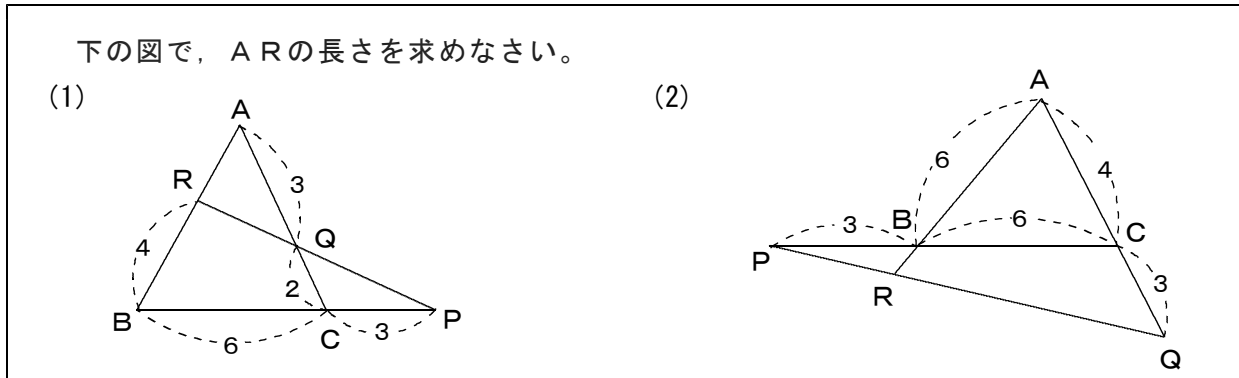
第3章 図形の性質 1・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理 (その1)

(2/5) ■ メネラウスの定理 ■

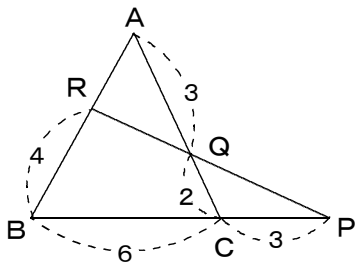
◇ 《メネラウスの定理》 **学力化** → /

★解法の技術★

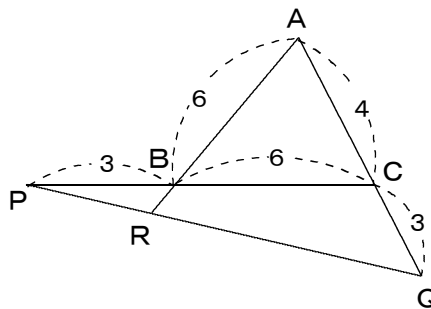


下の図で、ARの長さを求めなさい。

(1)



(2)



【考え方】

1 三角形の頂点3つと直線上の3点(分点)を区別する。

まず直線を見分ける。

長さが入っていないらず、かつ三角形の3辺(その延長も含めて)とそれぞれ交わっているものを直線とする。

この直線上の3点(分点)で、他の3点(頂点)が三角形の頂点である。

2 三角形の頂点→直線上の点(分点)→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

* 《メネラウスの定理を使う手順》

$$\frac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}} \cdot \frac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}} \cdot \frac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}} = 1$$

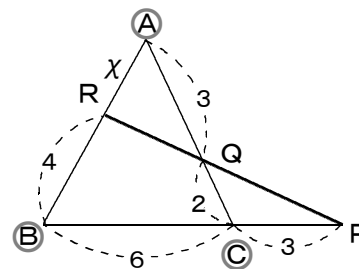
◀スタート地点と、進む方向を決めた後は一本道である。

[答 案]

(1) 1 (直線と頂点と分点を決める)

RQ, QPに長さが入っておらず、かつRPは△ABCの3辺とそれぞれ交わっているから、これを直線とする。

三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。



2 (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

AR = x とおく。

△ABCと直線RPについて、

$$\frac{x}{4} \cdot \frac{6+3}{3} \cdot \frac{2}{3} = 1 \text{ より、 } x = 2$$

3 (答をまとめる)

AR = 2

(次のページへつづく) →

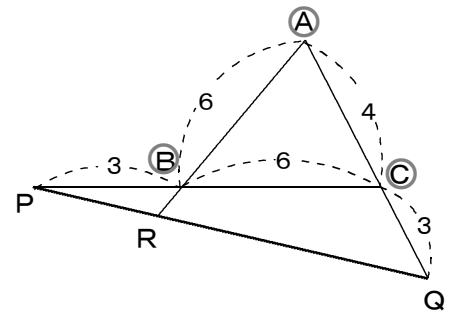
□ □ 【三角形の性質 No. 1 1 (2 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(2) ① (直線と頂点と分点を決める)

PR, RQに長さが入っておらず, かつPQは
△ABCの3辺とそれぞれ交わっているから,
これを直線とする。

三角形の頂点に○をつけ, 直線を太くすると,
右の図になる。



② (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

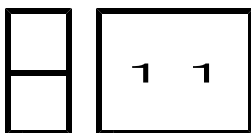
AR = x とおく。

△ABCと直線RPについて,

$$\frac{x}{x-6} \cdot \frac{3}{3+6} \cdot \frac{3}{3+4} = 1 \text{ より, } x = 7$$

③ (答をまとめる)

AR = 7



第3章 図形の性質 1・三角形の性質

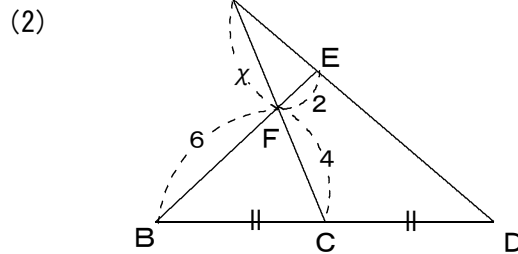
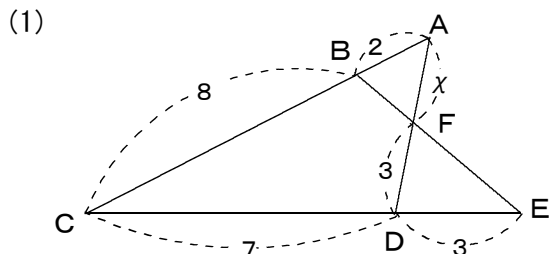
4 メネラウスの定理とチェバの定理 (その1)

(3/5) ■ メネラウスの定理 ■

◇ 《メネラウスの定理》 **学力化** → /

★理解のチェック★

次のそれぞれについて、 x の値を求めなさい。



【考え方】メネラウスの定理の利用法

1 三角形の頂点3つと直線上の3点(分点)を区別する。

まず直線を見分ける。

長さが入っていないらず、かつ三角形の3辺(その延長も含めて)とそれぞれ交わっているものを直線とする。

この直線上の3点が分点で、他の3点が三角形の頂点である。

2 三角形の頂点→直線上の点(分点)→三角形の頂点と順に線にそって一周する。

* 《メネラウスの定理を使う手順》

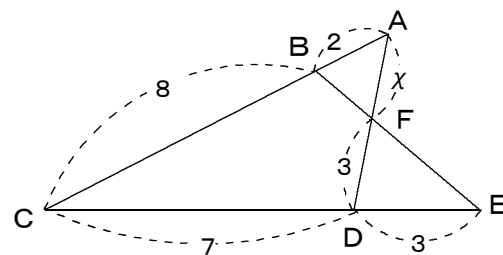
$$\frac{\text{頂点①分点1}}{\text{分点1頂点②}} \cdot \frac{\text{頂点②分点2}}{\text{分点2頂点③}} \cdot \frac{\text{頂点③分点3}}{\text{分点3頂点①}} = 1$$

◀スタート地点と、進む方向を決めた後は一本道である。

[答 案]

(1) 1 (直線と頂点と分点を決める)

辺....., 辺.....に長さが入っていないらず、かつ.....は△.....の3辺とそれぞれ交わっているから、これを直線とする。



三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。

2 (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

$AF = x$ とおく。

△.....と直線.....について、

3 (答をまとめる)

.....より、 $x =$

$x =$

▲メネラウスの定理

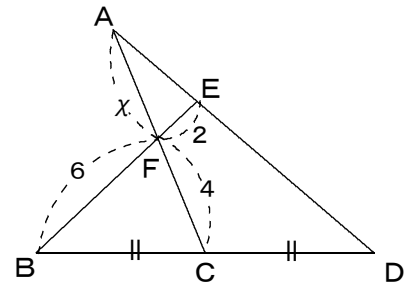
(次のページへつづく) ↗

□ □ 【三角形の性質 No. 1 1 (3 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(2) ① (直線と頂点と分点を決める)

辺....., 辺.....に長さが入って
おらず, かつ.....は△.....の
3辺とそれぞれ交わっているから,
これを直線とする。



三角形の頂点に○をつけ, 直線を太くすると, 右の図になる。

② (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

$AF = x$ とおく。

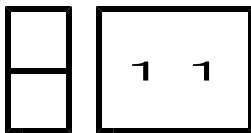
△.....と直線.....について,

.....より, $x = \dots\dots$

▲メネラウスの定理

③ (答をまとめる)

$x = \dots\dots$



第3章 図形の性質 1・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理 (その1)

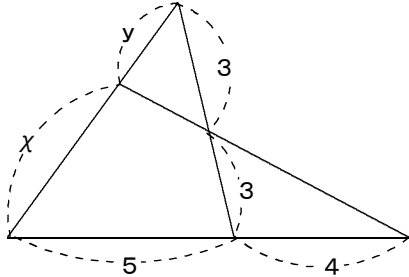
(4/5) ■ メネラウスの定理 ■

◇ 《メネラウスの定理》 **学力化** → /

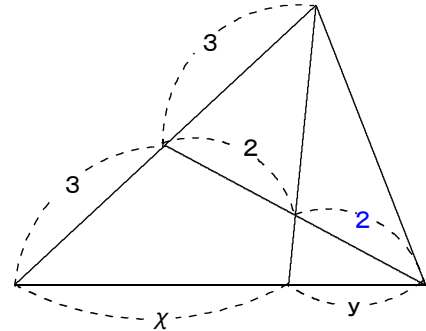
★演習★【1】

下の図において、 $x : y$ を求めなさい。

(1)



(2)



【考え方】 三角形の頂点3つと直線上の3点(分点)を区別する。

まず直線を見分ける。長さが全く入っていない線を直線とする。

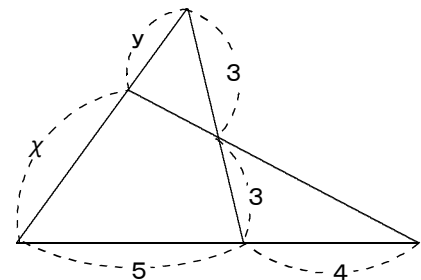
[答 案]

* あらかじめ、三角形の頂点にA, B, Cと書いておきます。

(1) ① (直線と頂点と分点を決める)

三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。

② (頂点と分点の公式を作る＝メネラウスの定理)

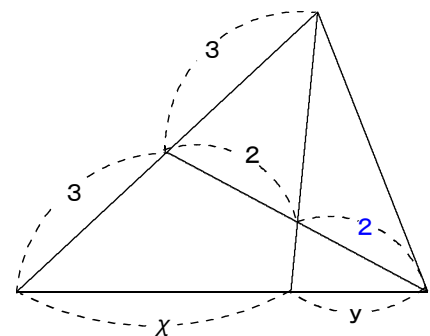


③ (答をまとめる)

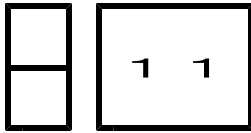
(2) ① (直線と頂点と分点を決める)

三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。

② (頂点と分点の公式を作る＝メネラウスの定理)



③ (答をまとめる)



第3章 図形の性質 1・三角形の性質

4 メネラウスの定理とチェバの定理 (その1)

(5/5) ■ メネラウスの定理 ■

◇ 《メネラウスの定理》 **学力化** → /

★演習★【2】

△ABCにおいて、辺ABを2:1に内分する点をD、辺ACを3:1に内分する点をEとする。直線DEとBCの延長との交点をPとすると、次の問いに答えなさい。

- (1) BP:PCを求めなさい。 (2) DP:PEを求めなさい。

[答 案]

*条件に合う図をかいて答えなさい。

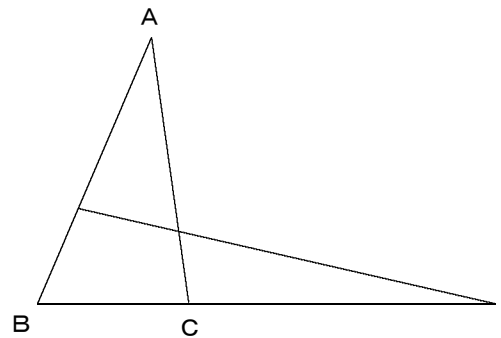
- (1) ① (直線と頂点と分点を決める)

三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。

- ② (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

BP:PC = x:y とおく。

△.....と直線.....について、



- ③ (答をまとめる)

BP:PC = :

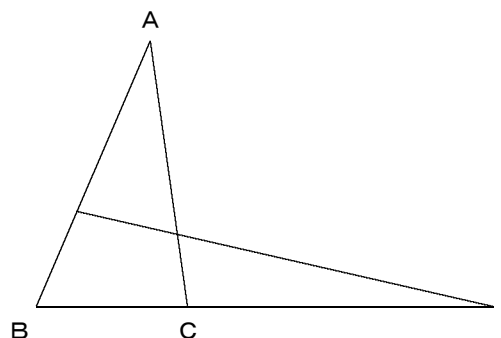
- (2) ① (直線と頂点と分点を決める)

三角形の頂点に○をつけ、直線を太くすると、右の図になる。

- ② (頂点と分点の公式を作る=メネラウスの定理)

DE:EP = x:y とおく。

△.....と直線.....について、



- ③ (答をまとめる)

DP:PE = :