

第1章 場合の数と確率 4・独立な試行の確率

1 独立な試行

(1/5) ■ 独立な試行の確率 ■

独立な試行とは？

★知識の整理★

【1】独立な試行

2つの試行S, Tについてそれぞれの結果が互いに影響を与えないとき, 試行S, Tは独立であるという。

(例) 「1枚の硬貨を投げる」試行をS, 「1個のさいころを投げる」試行をTとすると, 硬貨を投げる試行とさいころを投げる試行はそれぞれの結果が互いに影響を与えないから, 試行Sと試行Tは独立である。

* (参照) 独立でない試行

3本の当たりくじが入っている10本のくじがある。

Aさんが1本を引く試行をS, Bさんが1本を引く試行をTとすると, Aさんが1本を引いたあとに, くじを戻さないでBさんがくじを1本引くとき, Bさんが当たる確率は, Aさんの結果によって変化する。

この場合は, 試行Sの結果が試行Tに影響を与えるから, 試行Sと試行Tは独立とはいえない。

【2】独立な試行の確率

2つの試行S, Tが独立であるとき, 試行Sで事象A, 試行Tで事象Bがともに起こる確率 p は,

$$p = P(A) \times P(B) \quad \leftarrow \text{「場合分けでない」ならば確率どうしをかけあわせる}$$

(例) 試行Sにおいて「表が出る」事象をA, 試行Tにおいて「2以下の目が出る」事象をBとする。

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \dots \textcircled{1}$$

「硬貨は表, さいころは2以下が出る」事象をCとすると

根元事象は 2×6 通りあるから, $n(U) = 12$

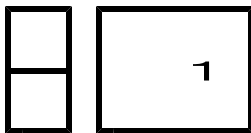
このうち, 事象Cは, 1×2 通りあるから, $n(C) = 2$

よって, 事象Cの確率は

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(U)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②より, 次のことが成り立つ

$$P(C) = P(A)P(B)$$



第1章 場合の数と確率 4・独立な試行の確率

1 独立な試行

(2/5) ■ 独立な試行の確率 ■

◇ 《独立な試行の確率》 **学力化** → /

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) A, B, Cの3人がある試験に合格する確率は、それぞれ $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ である。このとき、3人ともが合格する確率を求めなさい。

(2) Aの袋には赤玉5個と白玉4個、Bの袋には赤玉3個と白玉7個が入っている。

A, Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい。

① 2個とも赤玉である確率

② A, Bから取り出す玉の色が異なる確率

[考える手順]

0 独立試行である確認

1 確率を求める

(独立な試行の確率)

0 独立試行である確認

0 場合分け

1 条件を図で表す

2 条件の確率を求める

[答 案]

(1) A, B, Cの3人ともが合格する確率

A, B, Cの結果は、互いに影響しないので独立であるから、求める確率は、

$$(式) \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$$

答 $\frac{1}{5}$

(2)

「Aから1個取り出す」と「Bから1個取り出す」は、互いに影響を与えないので**独立**である。

① 2個とも赤玉である確率

「2個とも赤である」のは、

「Aから赤1個」、「Bから赤1個」取り出す場合である。

★

Aから赤1個取り出す確率

Bから赤1個取り出す確率

A
{赤5, 白4}

B
{赤3, 白7}

↓ ${}_5C_1$

↓ ${}_3C_1$

赤①

赤①

(p) $\frac{{}_5C_1}{{}_9C_1}$

$\frac{{}_3C_1}{{}_{10}C_1}$

★

よって、求める確率は、独立試行の確率より、

$$\frac{{}_5C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_3C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{1}{6}$$

答 $\frac{1}{6}$

(次のページへつづく) →

□ □ 【独立な試行の確率 No. 1 (2/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

0 場合分け

1 条件を図で表す

2 場合の確率を求める

1 条件を図で表す

2 場合の確率を求める

3 条件の確率を求める

(排反事象の加法定理)

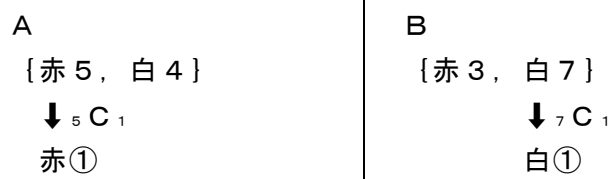
② A, Bから取り出す玉の色が異なる確率

「取り出す玉の色が異なる」のは、次の2つの場合があり、互いに排反である。

- [1] Aから赤, Bから白の場合
- [2] Aから白, Bから赤の場合

★

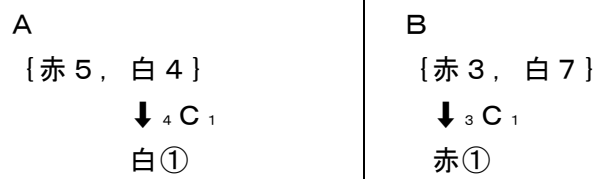
[1] Aから赤, Bから白の場合



(p) $\frac{{}_5C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_7C_1}{{}_{10}C_1}$ ◀独立試行の確率より

$$= \frac{{}_5C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_7C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{5}{9} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{18}$$

[2] Aから白, Bから赤の場合



(p) $\frac{{}_4C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_3C_1}{{}_{10}C_1}$ ◀独立試行の確率より

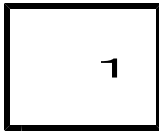
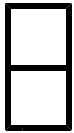
$$= \frac{{}_4C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_3C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{4}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{2}{15}$$

★

[1], [2]より, 求める確率は, 排反事象の加法定理より,

$$p = \frac{7}{18} + \frac{2}{15} = \frac{47}{90} \qquad \text{答 } \underline{\underline{\frac{47}{90}}}$$

【注意】「場合分けのとき」は, 排反事象の確率の 和 になり, そうでないときは独立な試行の確率の 積 になる。



第1章 場合の数と確率 4・独立な試行の確率

1 独立な試行

(3 / 5) ■ 独立な試行の確率 ■

◇ 《独立な試行の確率》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

次の問いに答えなさい。

(1) A, B, Cの3人がある試験に合格する確率は、それぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ である。

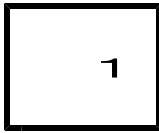
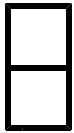
このとき、3人ともが合格する確率を求めなさい。

(2) Aの袋には赤玉3個と白玉2個、Bの袋には赤玉4個と白玉1個が入っている。A, Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい。

① 2個とも赤玉である確率

② A, Bから取り出す玉の色が同じ確率

[答 案]



第1章 場合の数と確率 4・独立な試行の確率

1 独立な試行

(4 / 5) ■ 独立な試行の確率 ■

◇ 《独立な試行の確率》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

(1) A, Bの2人がある試験に合格する確率は、それぞれ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ である。

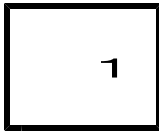
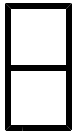
このとき、2人ともが合格する確率を求めなさい。

(2) Aの袋には赤玉1個と白玉2個、Bの袋には赤玉3個と白玉4個が入っている。A, Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい。

① 2個とも赤玉である確率

② A, Bから取り出す玉の色が異なる確率

[答 案]



第1章 場合の数と確率 4・独立な試行の確率

1 独立な試行

(5 / 5) ■ 独立な試行の確率 ■

◇ 《独立な試行の確率》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1) A, B, Cの3人がある試験に合格する確率は、それぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{10}$ である。

このとき、3人ともが合格する確率を求めなさい。

(2) Aの袋には赤玉4個と白玉2個、Bの袋には赤玉2個と白玉3個が入っている。A, Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき、次の確率を求めなさい。

① 2個とも赤玉である確率

② A, Bから取り出す玉の色が同じ確率

[答 案]