

三角関数を合成して

★解法の技術★

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $y = \sin\theta - \cos\theta$ の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの θ の値を求めなさい。

【考え方】 $\sin\theta$ と $\cos\theta$ の混合式は, 合成や公式を用いて $\sin\theta$ (または $\cos\theta$) だけの式に変形します。

[考える手順]

1 三角関数の合成

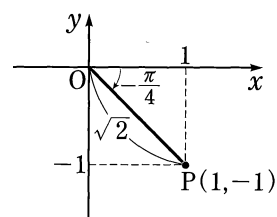
[答 案]

$$y = \sin\theta - \cos\theta$$

$$= \sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$$

◀ 図からすぐ求める

◀ $(\theta + \frac{7}{4}\pi)$ でも答は同じ



2 合成後の範囲

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より,}$$

$$-\frac{\pi}{4} \leq \theta - \frac{\pi}{4} < \frac{7}{4}\pi$$

3 その範囲内での最大値, 最小値

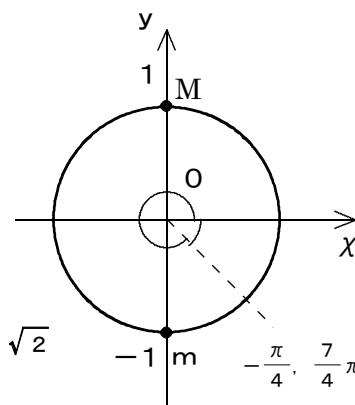
この範囲で, 右図より,

$$-1 \leq \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$$

◀ \sin は y 座標

$$-\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$$

◀ 辺々 $\times \sqrt{2}$



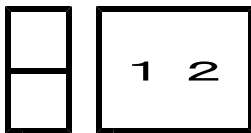
M...最大値
m...最小値

4 θ の値と最大値, 最小値

よって, 右図より,

$$\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}, \text{ つまり } \theta = \frac{3}{4}\pi \text{ で, 最大値 } \sqrt{2}$$

$$\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi, \text{ つまり } \theta = \frac{7}{4}\pi \text{ で, 最小値 } -\sqrt{2}$$



第3章 三角関数 2・三角関数の加法定理

3 三角関数の合成 (その2)

(2/6) ■ 三角関数の最大・最小② ■

◇ 《三角関数の最大・最小②》 **学力化** → /

★理解のチェック★

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $y = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$ の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの θ の値を求めなさい。

【考え方】 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の混合式は, 合成や公式を用いて $\sin \theta$ (または $\cos \theta$) だけの式に変形します。

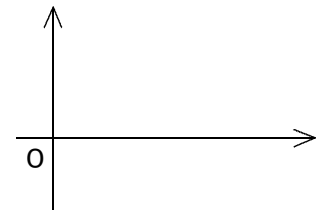
[考える手順]

1 三角関数の合成

[答 案]

$$y = \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta$$

◀ 図からすぐ求める



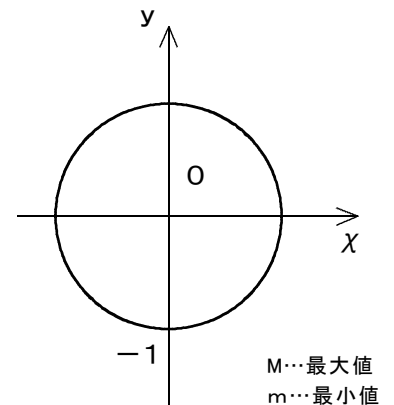
2 合成後の範囲

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より,}$$

3 その範囲内での最大値, 最小値

この範囲で, 右図より,

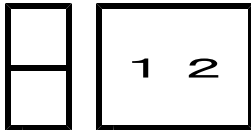
◀ \sin は y 座標



◀ 辺々 $\times 2$

4 θ の値と最大値, 最小値

よって, 右図より,



第3章 三角関数 2・三角関数の加法定理

3 三角関数の合成 (その2)

(3 / 6) ■ 三角関数の最大・最小② ■

◇ 《三角関数の最大・最小②》 **学力化** → /

★演習★【1】

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $y = -\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めなさい。また, そのときの θ の値を求めなさい。

[考える手順]

1 三角関数の合成

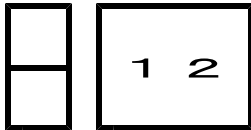
2 合成後の範囲

3 その範囲内での
最大値, 最小値

4 θ の値と
最大値, 最小値

[答 案]

$$y = -\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$$



第3章 三角関数 2・三角関数の加法定理

3 三角関数の合成 (その2)

(4 / 6) ■ 三角関数の最大・最小② ■

◇ 《三角関数の最大・最小②》 **学力化** → /

★演習★【2】

$0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $y = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta + 1$ の最大値と最小値を求めなさい。
また, そのときの θ の値を求めなさい。

【考え方】 合成するのは, $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ の部分だけです。

+ 1 の部分は, 最大値や最小値に影響を与えます。

[考える手順]

[答 案]

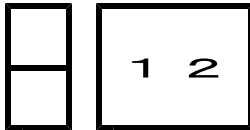
1 三角関数の合成

$$y = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta + 1$$

2 合成後の範囲

3 その範囲内での
最大値, 最小値

4 θ の値と
最大値, 最小値



第3章 三角関数 2・三角関数の加法定理

3 三角関数の合成 (その2)

(5/6) ■ 三角関数の最大・最小② ■

◇ 《三角関数の最大・最小②》 **学力化** → / .

★演習★【3】

次の関数の最大値と最小値を求めなさい。(1), (2)については, そのときの θ の値も求めなさい。

* (1) $y = \sin \theta - \cos \theta \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$

(2) $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$

(3) $y = 2 \sin \theta - \sqrt{5} \cos \theta$

【考え方】(1)は, ★解法の技術★で学習済みです。分かる人はこの問題は解く必要はありません。もちろん, もう一度解いてもかまいませんが…。

(2) θ の変域がこれまでの問題と違っていています。最大値や最小値を図から正しく読み取る必要があります。

(3) 合成による角 α を具体的に数値で表せないタイプの問題です。

(この型の解き方については, No.11sを参照して下さい。)

また, θ に条件がないので, 角は一般角で表現します。

(例) $\pi + 2n\pi$ (n は整数)など

[考える手順]

1 三角関数の合成

2 合成後の範囲

3 その範囲内での最大値, 最小値

[答 案]

(2) $y = \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【三角関数の加法定理 No. 1 2 (5 / 6)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

4 θ の値と
最大値, 最小値

1 三角関数の合成

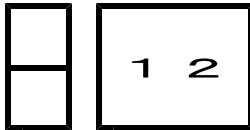
$$(3) y = 2 \sin \theta - \sqrt{5} \cos \theta$$

2 合成後の範囲

(θ の範囲は与えられていない)

3 その範囲内での
最大値, 最小値

4 θ の値と
最大値, 最小値



第3章 三角関数 2・三角関数の加法定理

3 三角関数の合成 (その2)

(6/6) ■ 三角関数の最大・最小② ■

2倍角の公式の利用 / 三角関数を合成して

◇ 《三角関数の最大・最小①②》 **学力化** → / .

★演習★【4】

$0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、次の関数の最大値と最小値を求めなさい。

(1) $y = \cos 2\theta - 2\sin\theta$

(2) $y = \sqrt{3}\sin\theta - \cos\theta$

【考え方】 (1) 2倍角の公式を使う。 →プリントNo.10 (1/4)参照

(2) 三角関数の合成を使う。 →プリントNo.12 (1/6)参照

[考える手順]

[答 案]

1 角の大きさをそろえる (1)

2 $\sin\theta = t$ とおき、
tの範囲を求める

3 関数yをtで表し、
その最大値、最小値
を求める

(次のページへつづく) →

□ □ 【三角関数の加法定理 No. 1 2 (6 / 6)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

4 θ の値を求める

5 答えを書く

よって,

1 三角関数の合成

$$(2) y = \sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$$

2 合成後の範囲

3 その範囲内での
最大値, 最小値

4 θ の値と
最大値, 最小値