

第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その2)

(1/5) ■ 三角関数の式の値 ■

三角関数の式の値

★知識の整理★

【1】三角関数の式の値の求め方

三角関数の式の値を求めるときは、三角関数の相互関係を利用して与えられた条件が使えるように式を変形する。

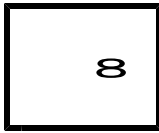
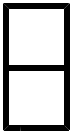
①分数の加減が出てきたら、通分して計算する。

② $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ が出てきたら、必ず1に置き換える。

③条件式に $\tan \theta$ がある場合は、 $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$ や $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$ を利用する。

④条件式が $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の和や差の形になっている場合は、両辺の2乗や因数分解を使って、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ の式を作る。

* これらの解法の技術の使い方については、次の例題のなかで具体的に説明します。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その2)

(2/5) ■ 三角関数の式の値 ■

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1) $\tan \theta = 2$ のとき, $\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ の値を求めなさい。

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき, 以下の式の値を求めなさい。

① $\sin \theta \cos \theta$

② $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

【考え方】 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

[答 案]

(1) $\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} + \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$

◀ 求め方①: 分数の加減→通分

$$= \frac{(1 - \sin \theta)^2 + (1 + \sin \theta)^2}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$$

$$= \frac{2 + 2 \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta}$$

◀ 求め方③: 条件式が $\tan \theta$ なので, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を使って分母を $\cos^2 \theta$ にする

$$= 2 \frac{1 + \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= 2 \left(\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \right)$$

◀ 求め方③

$$= 2(1 + \tan^2 \theta + \tan^2 \theta)$$

$$= \underline{\underline{18}}$$

(2) ① $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ の両辺を2乗すると,

◀ 求め方④

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

◀ $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8}$$

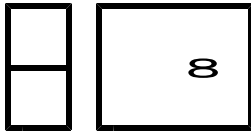
② $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

◀ 求め方④: → 因数分解

$$= (\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{3}{8}\right)$$

$$= \underline{\underline{\frac{11}{16}}}$$



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その2)

(3/5) ■ 三角関数の式の値 ■

◇ 《三角関数の式の値》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

次の問いに答えなさい。

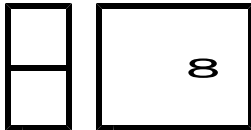
(1) $\tan \theta = \sqrt{2}$ のとき, $\frac{1}{1+\cos \theta} + \frac{1}{1-\cos \theta}$ の値を求めなさい。

(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{3}$ のとき, 以下の式の値を求めなさい。

① $\sin \theta \cos \theta$

② $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

[答 案]



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その2)

(4/5) ■ 三角関数の式の値 ■

◇ 《三角関数の式の値》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

(1) $\tan \theta = 3$ のとき, $\frac{1}{1+\sin \theta} + \frac{1}{1-\sin \theta}$ の値を求めなさい。

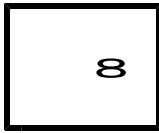
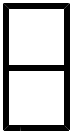
(2) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき, 以下の式の値を求めなさい。

① $\sin \theta \cos \theta$

② $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

③ $\frac{1}{\cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta}$

[答 案]



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

4 三角関数の相互関係 (その2)

(5 / 5) ■ 三角関数の式の値 ■

◇ 《三角関数の式の値》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1) $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき, $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta}$ の値を求めなさい。

(2) $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき, 以下の式の値を求めなさい。

① $\sin \theta \cos \theta$

② $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$

③ $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$

[答 案]