

第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(1/7) ■ 三角関数の値 ■

三角関数の値

★知識の整理★

【1】一般角の三角関数

点Oを原点とする座標平面上で、 x 軸の正の部分に始線OXとし、角 θ の動径をOPとする。

点Pが、原点Oを中心とする半径 r の円周上にあり、その座標を (x, y) とするとき、

$$\frac{y}{r}, \quad \frac{x}{r}, \quad \frac{y}{x}$$

の値は、半径 r に関係なく、 θ によって決まる。すなわち、 $0 \leq \theta \leq \pi$ のときの三角比と同様に、 θ が一般角の場合にも、上の値は θ によって決まる。

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と定義し、それぞれ、 θ の正弦、余弦、正接という。ただし、 $\tan \theta$ は、 θ が $\frac{\pi}{2}$ や $-\frac{\pi}{2}$ のように、 x の値が0となるような θ の値に対しては定義されない。このように定義すると、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ は θ の関数で、これらをまとめて θ の**三角関数**という。

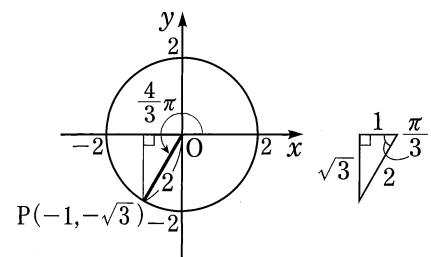
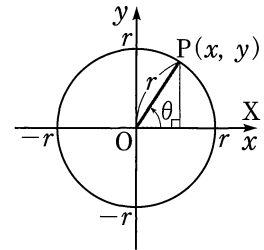
(例) $\theta = \frac{4}{3}\pi$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値は、次のようになる。

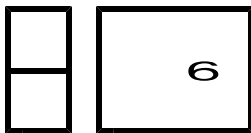
図のように、 $OP = 2$ とすれば、 $P(-1, -\sqrt{3})$ となるから、

$$\sin \frac{4}{3}\pi = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{4}{3}\pi = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$$





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(2/7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

θ が次の値のとき, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値を求めなさい。

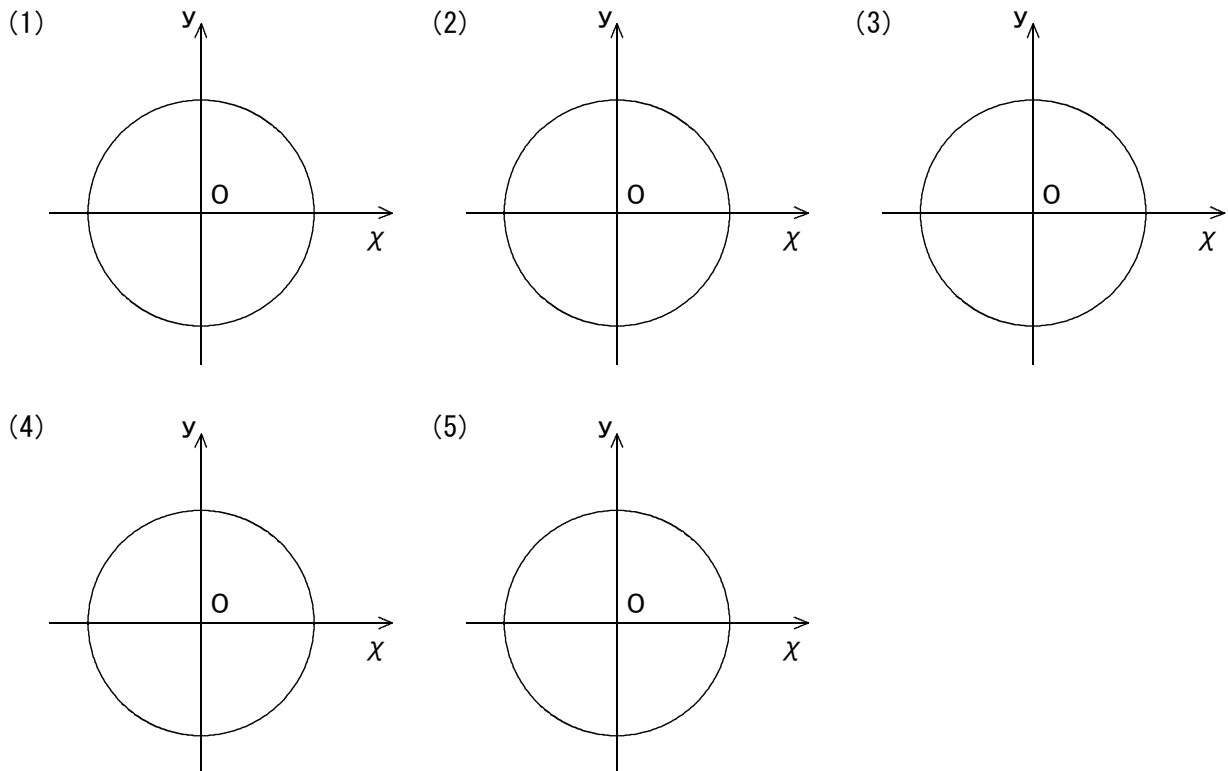
- (1) $\frac{11}{6} \pi$ (2) $-\frac{5}{6} \pi$ (3) $-\frac{4}{3} \pi$ (4) $\frac{9}{4} \pi$ (5) $-\frac{7}{6} \pi$

【考え方】 三角関数の値は, 単位円上に直角三角形をかき, それを見て求めます。

[答 案]

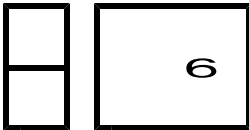
* 図をかいて, 答えなさい。

(4) は $OP = \sqrt{2}$, それ以外は $OP = 2$ として, 図をかきなさい。



* $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$ の値は, 次を書きなさい。

(1)



★知識の整理★

【1】単位円

原点Oを中心とする半径1の円を **単位円** という。

三角関数の定義で、 $r = 1$ とすると、 $P(x, y)$ は単位円周上を動き、

$$x = \cos \theta, \quad y = \sin \theta$$

となる。

このとき、 $-1 \leq y \leq 1$ 、 $-1 \leq x \leq 1$ であるから、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ は、

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

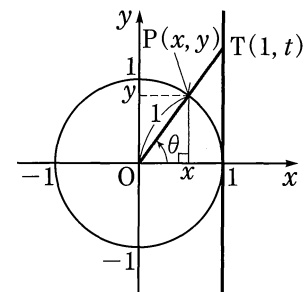
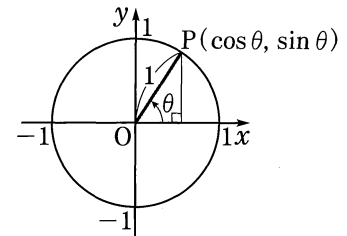
の範囲の値をとる。

さらに、直線OPと直線 $x = 1$ の交点を $T(1, t)$ とすれば

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{t}{1} \text{ であるから,}$$

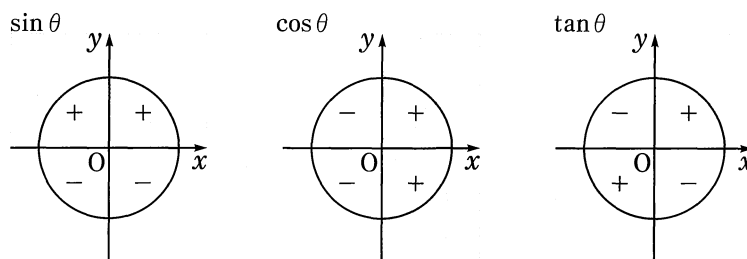
$$t = \tan \theta$$

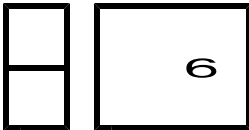
となる。 t はどのような値にもなるから、 $\tan \theta$ はすべての実数値をとる。



No.6 (1/7) の(例)のように、角 θ の動径が第3象限にあるとき、 θ を **第3象限の角** という。他の象限についても同様である。

また、 $y = \sin \theta$ 、 $x = \cos \theta$ 、 $t = \tan \theta$ より、 θ がどの象限の角であるかによって、三角関数の符号が決まる。これを図で示すと次のようになる。





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(4/7) ■ 三角関数の値 ■

★解法の技術★

$\theta = \frac{4}{3}\pi$ のとき, $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ の値を求めなさい。

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。

* 単位円のかき方

- 1 x 軸の正の部分を開始線として, 角が θ となるように動径をひく。
- 2 1でひいた動径と単位円の交点を P とし, P から x 軸に垂線をひき, 直角三角形を作る。
- 3 2でできた直角三角形の辺の比から, x 座標と y 座標の値を求める。

[答 案]

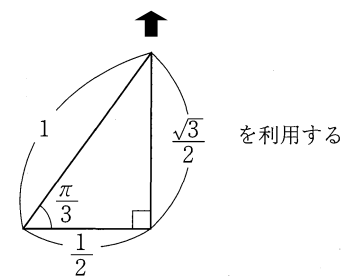
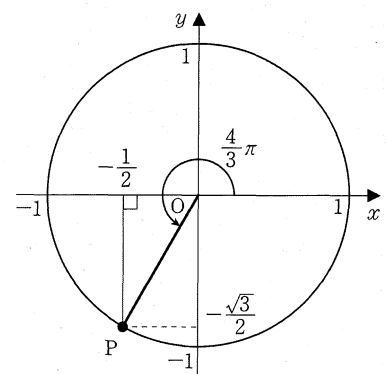
右図より,

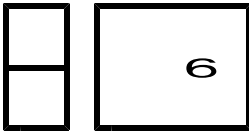
$$\sin \frac{4}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow y \text{ 座標の値}$$

$$\cos \frac{4}{3}\pi = -\frac{1}{2} \quad \leftarrow x \text{ 座標の値}$$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \frac{y}{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$$

▲ 分数の比の値をわり算の式に変えて表しています。($y \div x$)





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(5/7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1) $\sin \frac{7}{4} \pi$

(2) $\cos \frac{\pi}{3}$

(3) $\tan \frac{\pi}{6}$

(4) $\sin(-\frac{2}{3} \pi)$

(5) $\cos(-\pi)$

(6) $\tan(-\frac{\pi}{2})$

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

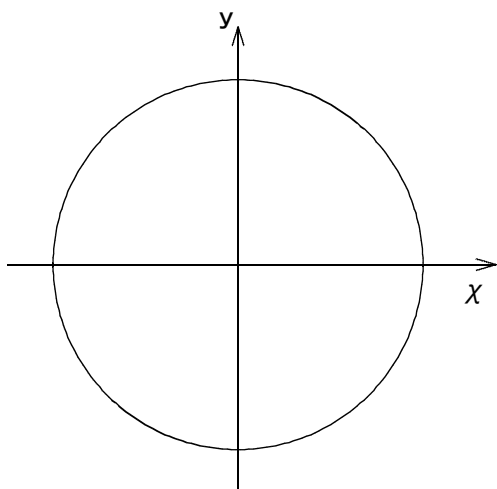
[答 案]

(次のページへつづく) ↗

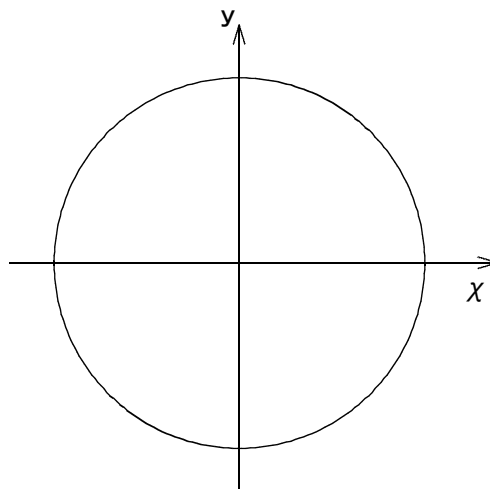
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (5 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

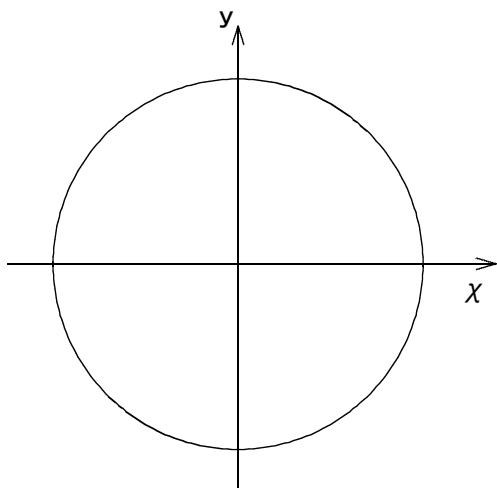
(1)



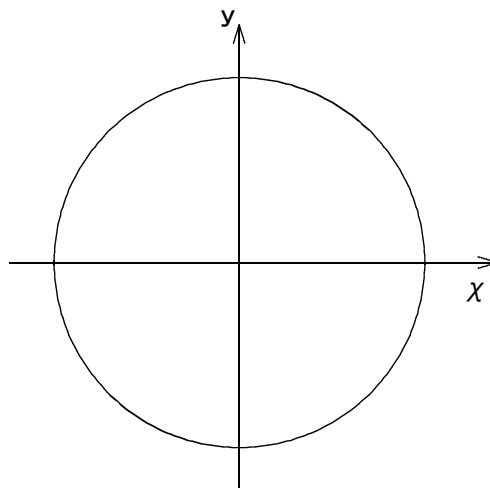
(2)



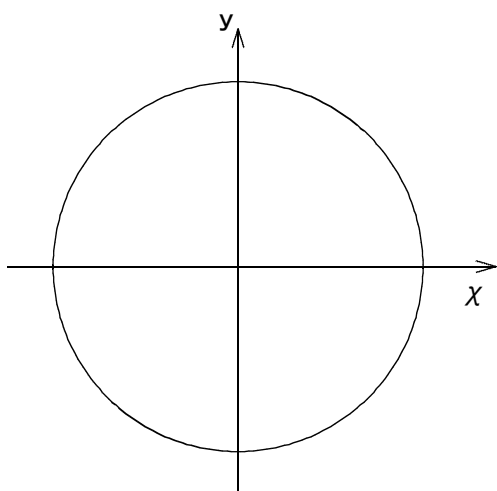
(3)



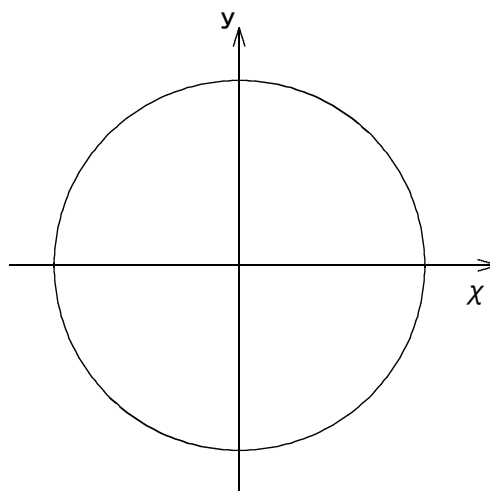
(4)

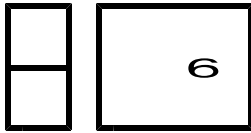


(5)



(6)





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(6 / 7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1) $\sin \frac{7}{6} \pi$

(2) $\cos \frac{5}{4} \pi$

(3) $\tan \frac{2}{3} \pi$

(4) $\sin(-\frac{\pi}{6})$

(5) $\cos(-\frac{\pi}{4})$

(6) $\tan(-\frac{4}{3} \pi)$

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

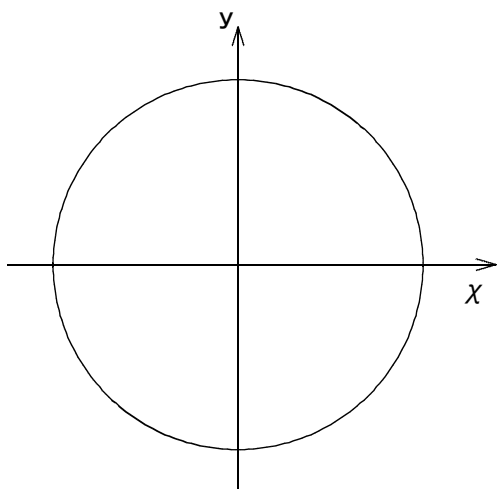
[答 案]

(次のページへつづく) ↗

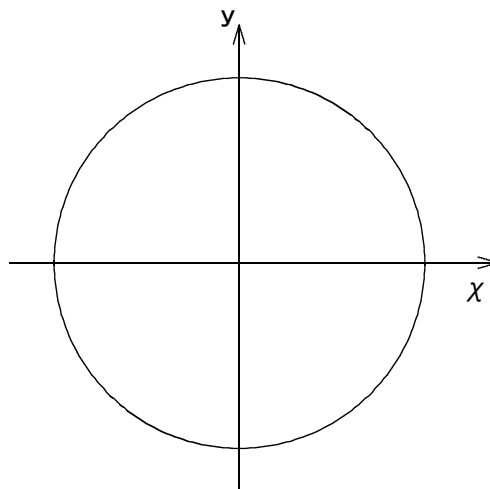
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (6 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

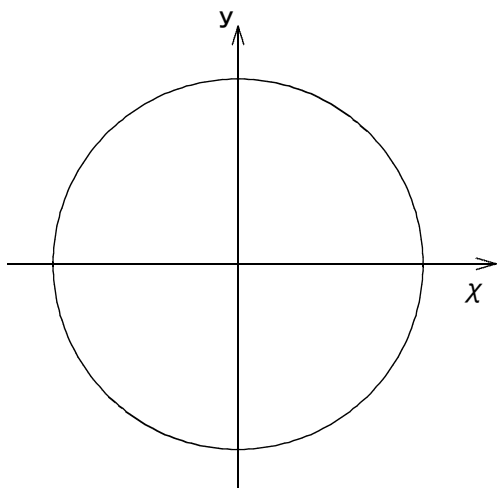
(1)



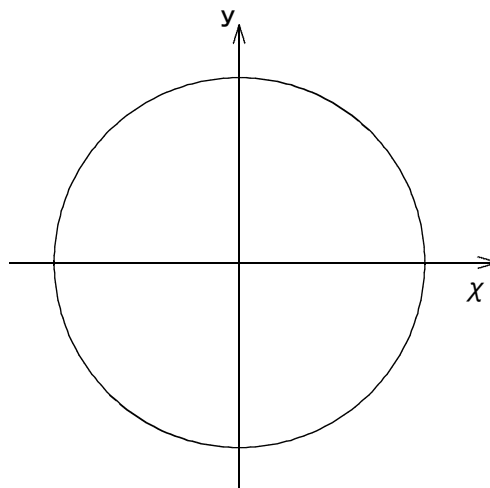
(2)



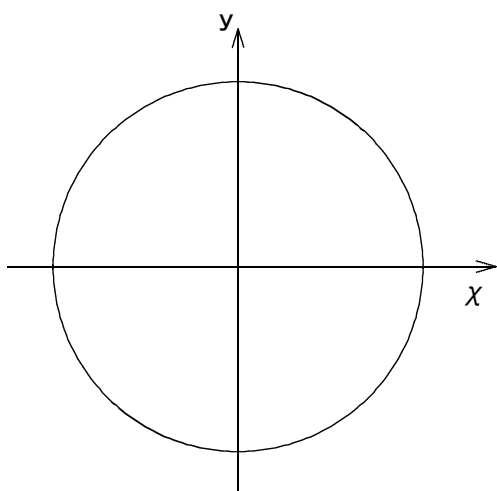
(3)



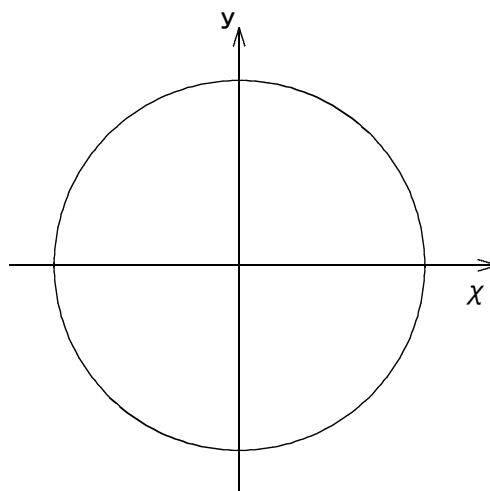
(4)

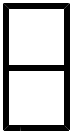


(5)



(6)





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(7/7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1) $\sin \frac{\pi}{3}$

(2) $\cos \frac{7}{6} \pi$

(3) $\tan \frac{5}{4} \pi$

(4) $\sin(-\frac{\pi}{4})$

(5) $\cos(-\frac{5}{6} \pi)$

(6) $\tan(-\frac{11}{6} \pi)$

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

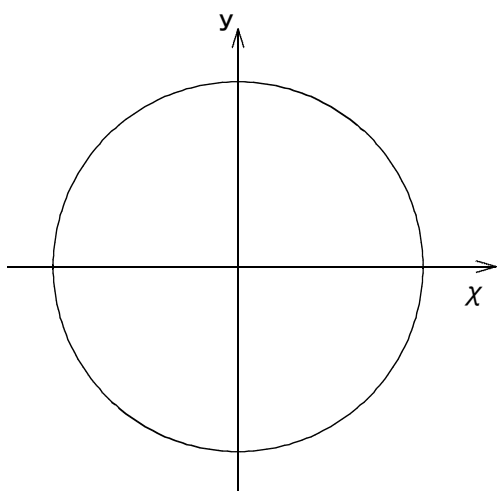
[答 案]

(次のページへつづく) ↗

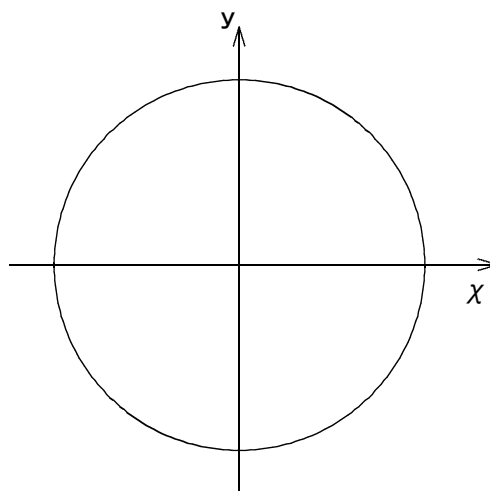
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (7/7)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

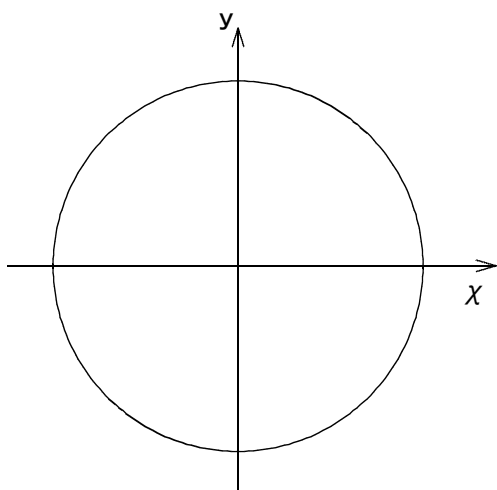
(1)



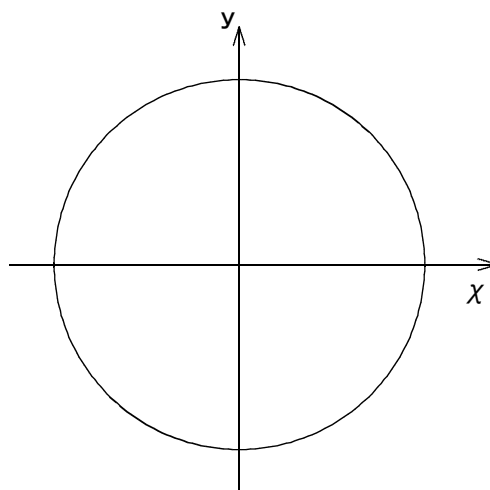
(2)



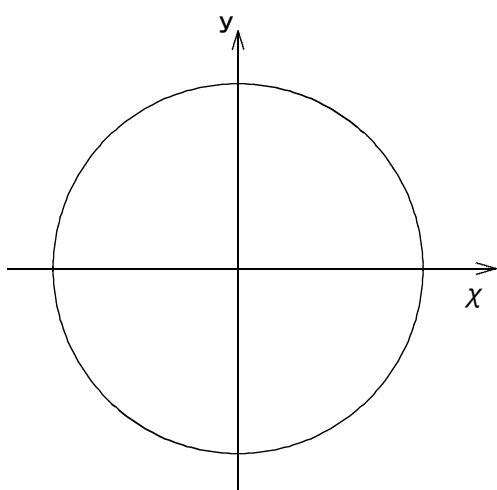
(3)



(4)



(5)



(6)

