１　９

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域
2 不等式の表す領域（その７）
（１／３）■　通過領域の問題②　■

曲線の通過領域

◇《曲線の通過領域（逆像法）》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

放物線 $y=-(\chi-a)^2+1-a^2$ …①について，ａがすべての実数値をとって変化するとき，放物線①が通る座標平面上の範囲を図示せよ。

▼　軌跡・領域の求め方　▼

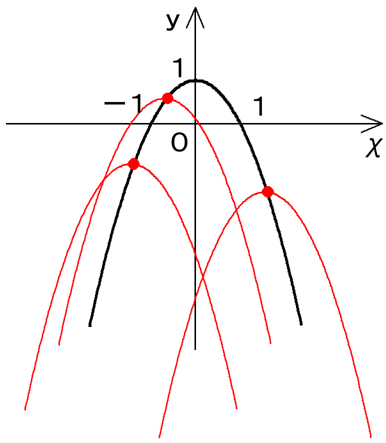
全体の流れ：求める軌跡上の点を$(X,\ Y)$と置いて，XとYの関係式を求める。

・パターン１：（パラメータがでてきたら）パラメータを消去する。　◀パラメータ＝媒介変数
・パターン２：パラメータが消去できないときは，「逆像法」を使う。　→No.１８
・パターン３：パラメータに変域があるときは，「１文字固定」を使う。→No.１８ｓ

【考え方】「逆像法」を用いると，「直線の通過領域」とまったく同じ解法で解ける。
→No.１８（１／７），（２／７）を再読し，逆像法考え方を確認しておくこと。

★

「逆像法」の全体の流れは，
1　領域内の点を$(X,\ Y)$とおいて，XとYの関係式を求める。
2　パラメータｍが存在するための条件を調べる。



［答　　案］

1　（求める領域内の点を$(X,\ Y)$とおいて，XとYの関係式を求める）

直線①が求める領域内の点$(X,\ Y)$を通るとすると，　◀X，Yは一般的定数
$Y=-(X-a)^2+1-a^2$　であり，
これをａについて整理すると，　◀ａが存在するための条件を調べるため。
$2a^2-2Xa+Y+X^2-1=0$　…②

2　（パラメータの存在条件を調べる）

②を満たす実数ａが存在するから，判別式をＤとすると，$D\geqq 0$

$\frac{D}{4}=(-X)^2-2(Y+X^2-1)$　より，$(-X)^2-2(Y+X^2-1)\geqq 0$

$Y\leqq -\frac{X^2}{2}+1$　◀X，Yの関係式

（次のページへつづく）

□ □　【軌跡と領域　No. １９（１／３）】　－〈２枚目／２枚〉

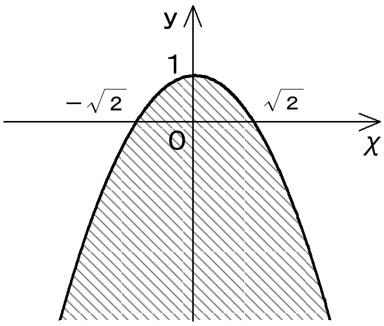
↗（前のページからのつづき）

3　（領域を求める）

したがって，求める領域は $y \leqq -\frac{x^2}{2}+1$ であり，下図の斜線部分。ただし，境界線を含む。

◀ X，Y を x，y に戻す。
（X，Y は一般的定数であるから。あるいは問題に与えられていないから。）

《求める領域》



★演習★の問題は数専ゼミ･東原教室で個人指導を受けることができます。

１ ９

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域

2 不等式の表す領域（その７）

（２／３）■　通過領域の問題②　■

◇《曲線の通過領域（逆像法）》 学力化➡　／　，

★理解のチェック★

実数ｔが変化するとき，円$(\chi+t)^2+(y-2t)^2=4t^2$ …① が通過する領域を図示せよ。

［答　案］

0 （ｔの範囲を確認する）

①は円を表すので，$4t^2>0$より，$t\neq0$

1 （求める領域内の点を$(X,\ Y)$とおいて，XとYの関係式を求める）

円①が求める領域内の点$(X,\ Y)$を通るとすると，

◀X，Yは一般的定数

◀ｔが存在するための条件を調べるため。

2 （パラメータの存在条件を調べる）

◀X，Yの関係式

これより，

または

また，①で$t=0$のとき，

◀円を表すので$t\neq0$

$\chi^2+y^2=0$より，$\chi=0$かつ$y=0$

◀原点(0，0)は除く。

3 （領域を求める）

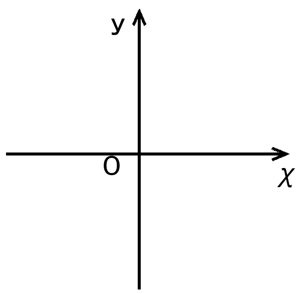
したがって，求める領域は

または　　　であり，

右の図の斜線部分で，

境界線は --

《求める領域》



	１９

第２章　図形と方程式　３・軌跡と領域

2 不等式の表す領域（その７）

（３／３）■　通過領域の問題②　■

◇《曲線の通過領域（逆像法）》 **学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

ｋがすべての実数値をとって変わるとき，放物線 $y = x^2 - kx + k^2$ …①が通らない点の範囲を求め，図示せよ。

【考え方】「通らない」　$\Longleftrightarrow$　実数値をもたない

Ｄ＜０

［答　案］

1 （求める領域内の点を $(X,\ Y)$ とおいて，X と Y の関係式を求める）

放物線①が求める領域内の点 $(X,\ Y)$ を通るとすると，

◀ X，Y は一般的定数

◀ｋが存在するための条件を調べるため。

2 （パラメータの存在条件を調べる）

◀ X，Y の関係式

3 （領域を求める）

したがって，求める領域は，放物線①が点 $(X,\ Y)$ を通らない領域であるから，

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿であり，

◀放物線①が点 $(X,\ Y)$ を通る領域の補集合

右図の斜線部分。ただし，境界線＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

《求める領域》