



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(1/8) ■ 連動点の軌跡① ■

軌跡が円になる

◇《軌跡が円になる場合》学力化 → /

★解法の技術★

点Qが円 $x^2 + y^2 = 4$ の周上を動くとき、点A(8, 0)と点Qとを結ぶ線分AQの中点Pの軌跡を求めなさい。

▼ 軌跡・領域の求め方 ▼

全体の流れ：求める軌跡上の点を(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。

- ・ パターン1：(パラメータがでてきたら)パラメータを消去する。 ◀パラメータ=媒介変数
- ・ パターン2：パラメータが消去できないときは、「逆像法」を使う。 →No.18
- ・ パターン3：パラメータに変域があるときは、「1文字固定」を使う。 →No.18s

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。 ◀X, Yは一般的定数

1 (条件をパラメータで表す)

点Qを(s, t)とすると、Qは $x^2 + y^2 = 4$ 上の点であるから、

$$s^2 + t^2 = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

点P(X, Y)は線分AQの中点であるから、

$$X = \frac{s+8}{2}, \quad Y = \frac{t+0}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

◀図的状况は下図へ

2 (パラメータを消去する)

②より、 $s = 2X - 8$, $t = 2Y$ …②' であるから、

②'を①に代入してs, tを消去すると、

$$(2X - 8)^2 + (2Y)^2 = 4$$

$$4(X - 4)^2 + 4Y^2 = 4$$

$$(X - 4)^2 + Y^2 = 1$$

◀パラメータの消去

◀XとYの関係式

(逆に、この円上のすべての点P(X, Y)は条件を満たす。) ◀この部分は省略してよい。

3 (軌跡を求める)

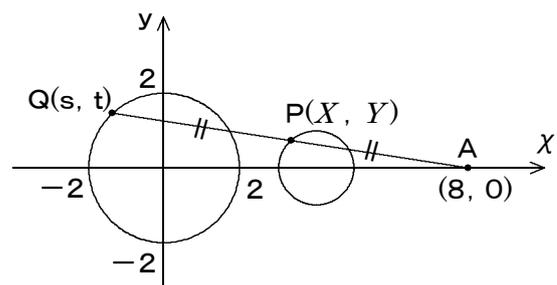
したがって、求める軌跡は、

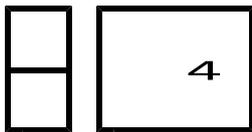
$$(x - 4)^2 + y^2 = 1$$

▲X, Yをx, yに戻す。(X, Yは一般的定数だから。)

すなわち、

中心(4, 0), 半径1の円





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(2/8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が円になる場合》 **学力化** → /

★理解のチェック★

点Qが円 $x^2 + (y - 2)^2 = 9$ 上を動くとき、点A(4, 0)と点Qとを結ぶ線分AQの中点Pの軌跡を求めなさい。

【考え方】 ▼ 軌跡・領域の求め方 ▼

全体の流れ：求める軌跡上の点を(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。

・ パターン1 : (パラメータがでてきたら) パラメータを消去する。 ◀パラメータ=媒介変数

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。 ◀X, Yは一般的定数

1 (条件をパラメータで表す)

点Qを(s, t)とすると、

◀図的状况は下図へ

2 (パラメータを消去する)

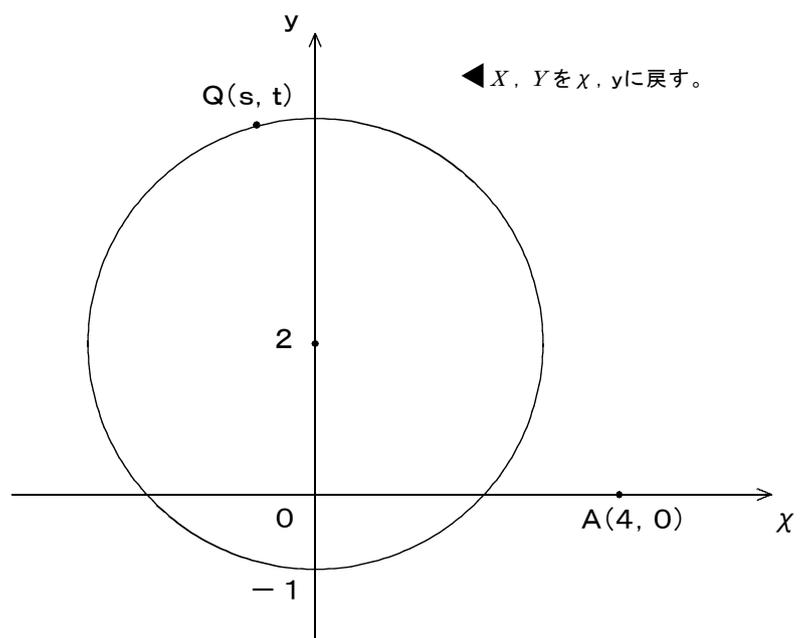
◀パラメータの消去

◀XとYの関係式

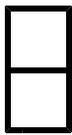
3 (軌跡を求める)

したがって、求める軌跡は、

すなわち、



◀X, Yをx, yに戻す。



第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(3/8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が円になる場合》 **学力化** → /

★演習★【1】

点Qが円 $(x+1)^2 + y^2 = 16$ 上を動くとき、点A(5, 0)と点Qとを結ぶ線分AQの中点Pの軌跡を求めなさい。

【考え方】 ▼ 軌跡・領域の求め方 ▼

全体の流れ：求める軌跡上の点を(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。

・ パターン1 : (パラメータがでてきたら) パラメータを消去する。 ◀パラメータ=媒介変数

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。 ◀X, Yは一般的定数

① (条件をパラメータで表す)

点Qを(s, t)とすると、

◀図的状况は下図へ

② (パラメータを消去する)

◀パラメータの消去

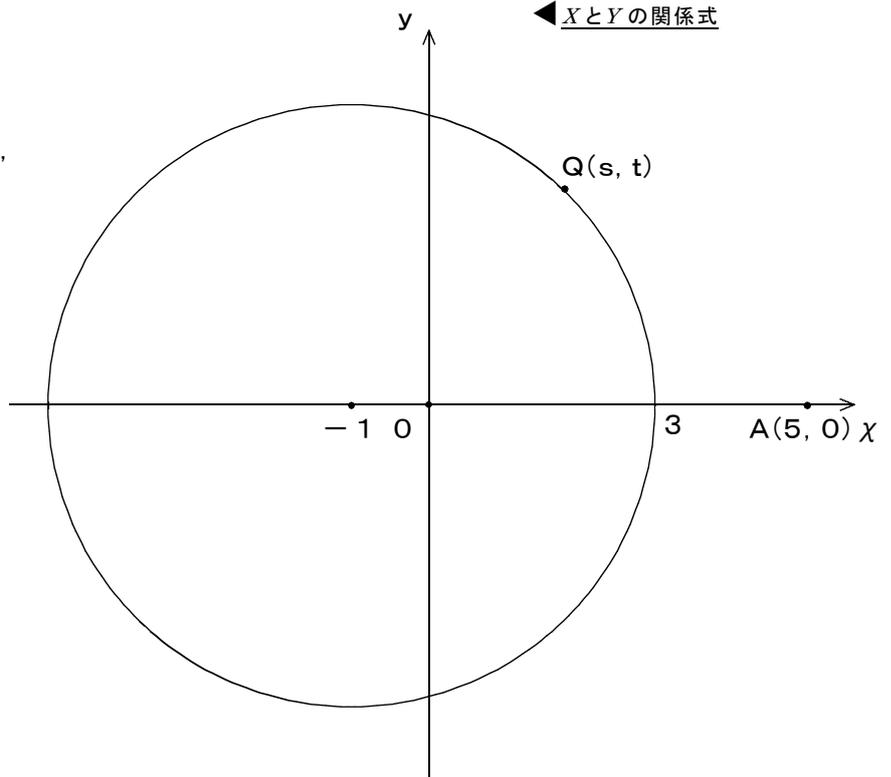
③ (軌跡を求める)

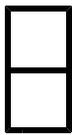
したがって、求める軌跡は、

▲X, Yをx, yに戻す。

すなわち、

◀XとYの関係式





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(4 / 8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が円になる場合》 **学力化** → /

★演習★【2】

点Qが円 $x^2 + y^2 = 9$ 上を動くとき、点A(6, 0)と点Qとを結ぶ線分AQを1 : 2に内分するPの軌跡を求めなさい。

【考え方】 ▼ 軌跡・領域の求め方 ▼

全体の流れ：求める軌跡上の点を(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。

・ パターン1 : (パラメータがでてきたら) パラメータを消去する。 ◀パラメータ=媒介変数

【考え方】 内分点の座標の求め方

教科書(または参考書)で確認しておきましょう。→「資料」は1つにしぼる!

知識を体系的かつ系統的に記憶するため=いつでも使えるような状態にしておくため

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。 ◀X, Yは一般的定数

1 (条件をパラメータで表す)

点Qを(s, t)とすると,

◀図的状况は下図へ

2 (パラメータを消去する)

◀パラメータの消去

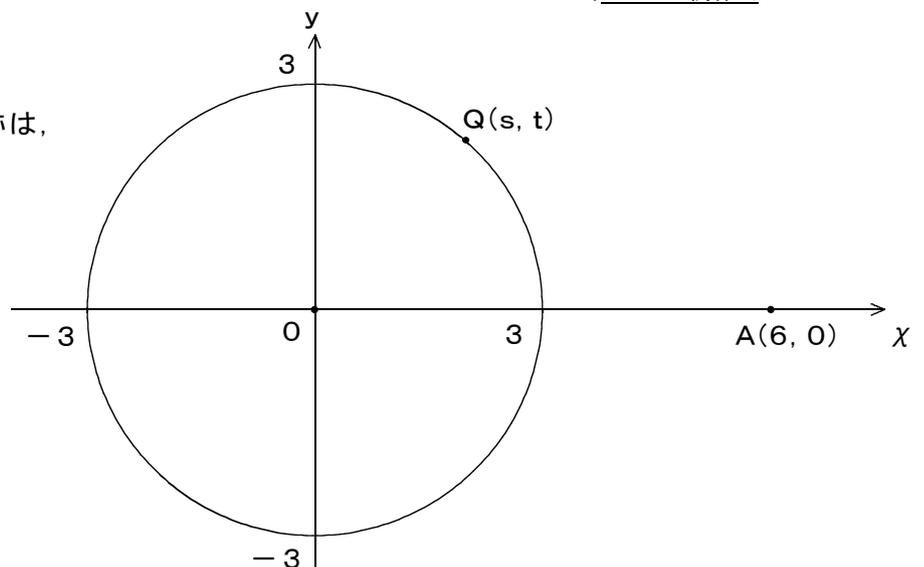
◀XとYの関係式

3 (軌跡を求める)

したがって、求める軌跡は、

▲X, Yをx, yに戻す。

すなわち、





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

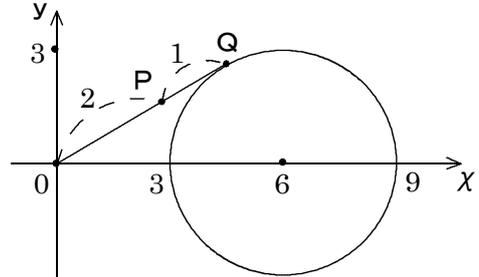
1 軌跡

(5/8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が円になる場合》 **学力化** → /

★演習★【3】

点Qが円 $(x - 6)^2 + y^2 = 9$ 上を動くとき、
原点と点Qとを結ぶ線分OQを2 : 1に内分する
Pの軌跡を求めなさい。



[答 案]

求める軌跡上の点を $P(X, Y)$ と置いて、 X と Y の関係式を求める。 ◀ X, Y は一般的定数

- 1 (条件をパラメータで表す)
点Qを (s, t) とすると、

◀ 図的状况は下図へ

- 2 (パラメータを消去する)

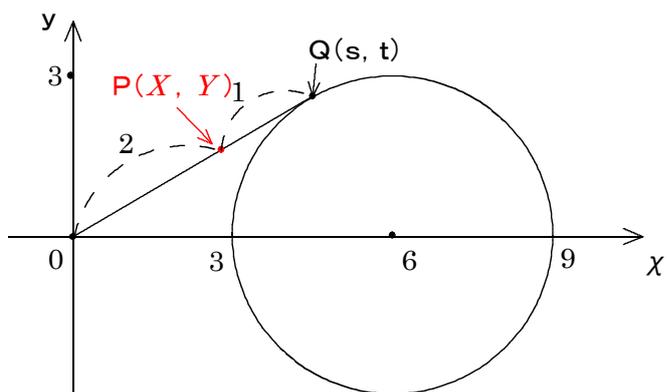
◀ パラメータの消去

◀ X と Y の関係式

- 3 (軌跡を求める)

したがって、求める軌跡は、

▲ X, Y を x, y に戻す。
すなわち、





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(6 / 8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が円になる場合》 **学力化** → /

★演習★【4】

点Qが円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動くとき、点A(4, 2)と点Qとを結ぶ線分の中点Pの軌跡を求めなさい。

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X , Y)と置いて、 X と Y の関係式を求める。 ◀ X , Y は一般的定数

1 (条件をパラメータで表す)

点Qを(s , t)とすると、

◀ 図的状况は下図へ

2 (パラメータを消去する)

◀ パラメータの消去

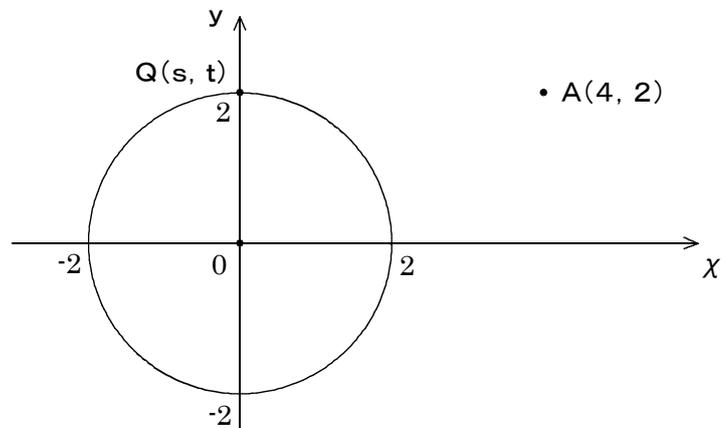
◀ X と Y の関係式

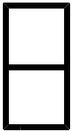
3 (軌跡を求める)

したがって、求める軌跡は、

▲ X , Y を x , y に戻す。

すなわち、





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(7/8) ■ 連動点の軌跡① ■

軌跡が放物線になる①

◇ 《軌跡が放物線になる場合①》 学力化 → / .

★解法の技術★

点A(2, 0)と放物線 $y = x^2$ 上を動く点Qとを結ぶ線分AQの中点Pの軌跡を求めなさい。

▼ 軌跡・領域の求め方 ▼

全体の流れ：求める軌跡上の点を(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。

- ・ パターン1：(パラメータがでてきたら)パラメータを消去する。 ◀パラメータ=媒介変数
- ・ パターン2：パラメータが消去できないときは、「逆像法」を使う。 →No.18
- ・ パターン3：パラメータに変域があるときは、「1文字固定」を使う。 →No.18s

[答 案]

求める軌跡上の点をP(X, Y)と置いて、XとYの関係式を求める。 ◀X, Yは一般的定数

① (条件をパラメータで表す)

点Qを(s, t)とすると、Qは $y = x^2$ 上の点であるから、

$$t = s^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

点P(X, Y)は線分AQの中点であるから、

$$X = \frac{s+2}{2}, \quad Y = \frac{t+0}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

◀ 図的状况は下図へ

② (パラメータを消去する)

②より、 $s = 2X - 2$, $t = 2Y$ …②' であるから、

②'を①に代入してs, tを消去すると、

$$2Y = (2X - 2)^2$$

$$2Y = 4(X - 1)^2$$

$$Y = 2(X - 1)^2 \quad \leftarrow X \text{と} Y \text{の関係式}$$

◀ パラメータの消去

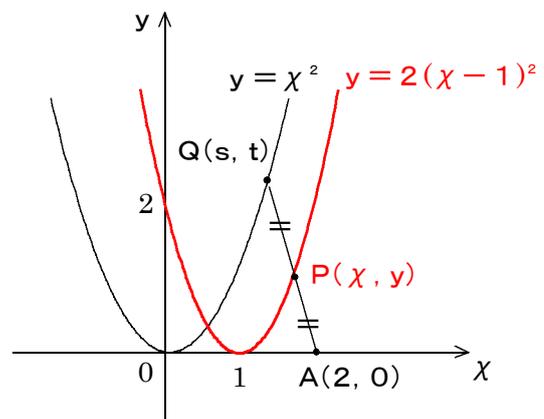
③ (軌跡を求める)

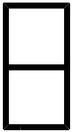
したがって、求める軌跡は、

放物線 $y = 2(x - 1)^2$

▲ X, Yをx, yに戻す。

(X, Yは一般的定数だから)





第2章 図形と方程式 3・軌跡と領域

1 軌跡

(8 / 8) ■ 連動点の軌跡① ■

◇ 《軌跡が放物線になる場合①》 **学力化** → /

★理解のチェック★

放物線 $y = x^2 - 4x + 6$ 上を動く点 Q と原点 O とを結ぶ線分 OQ を $1 : 2$ に内分する点 P の軌跡を求めなさい。

[答 案]

求める軌跡上の点を $P(X, Y)$ と置いて、 X と Y の関係式を求める。

◀ X, Y は一般的定数

1 (条件をパラメータで表す)

点 Q を (s, t) とすると、

◀ 図的状况は下図へ

2 (パラメータを消去する)

◀ パラメータの消去

◀ X と Y の関係式

3 (軌跡を求める)

したがって、求める軌跡は、

▲ X, Y を x, y に戻す。

または、

