１６

第２章　図形と方程式　１・点と直線

４　２直線の平行・垂直（その６）

（１／５）■　２直線の交点を通る直線　■

２直線の交点を通る直線

◇《２直線の交点を通る直線》**学力化**➡　　／　，

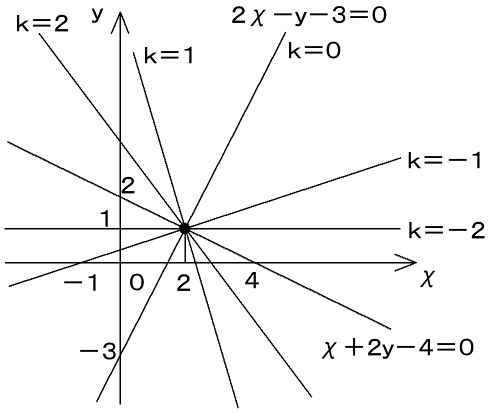
★知識の整理★

【１】２直線の交点を通る直線

２直線　$2\chi - y - 3 = 0$　…①

$\chi + 2y - 4 = 0$　…②

の交点の座標は，２直線の方程式を連立させて解いて，点$(2,\ 1)$になる。



★

ｋを定数として，方程式

$2\chi - y - 3 + k(\chi + 2y - 4) = 0$　…（Ａ）

を考えてみよう。

$k = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

のとき，（Ａ）は，それぞれ，右の図のような直線を表し，いずれも，定点$(2,\ 1)$を通っている。　◀①に$\chi = 2$，$y = 1$を代入すると，いずれも０になるということ

したがって，（Ａ）は，２直線①，②の交点を通る直線を表している。

ただし，（Ａ）は，直線②（$\chi + 2y - 4 = 0$）は表さない。

【注１】

★

【注１】　（Ａ）の方程式は，①と②の２つの直線の交点$(2,\ 1)$を通る直線を表すが，直線②$(\chi + 2y - 4 = 0)$を表すことはできない。

これは，直線$\chi + 2y - 4 = 0$上の点$(0,\ 2)$が次のように，（Ａ）を満たさないからもわかる。

$\chi = 0$，$y = 2$を③の式に代入すると，

$2\chi - y - 3 + k(\chi + 2y - 4)$

$= 2 \cdot 0 - 2 - 3 + k(0 + 2 \cdot 2 - 4)$

$= -5 \neq 0$

となり，$(0,\ 2)$は（Ａ）の等式を満たさない。

◀$\chi + 2y - 4 = 0$より

$y = -\dfrac{1}{2}\chi + 2$

だから，$(0,\ 2)$はこの直線上の点である。

【注２】　交点$(2,\ 1)$を通り，②を含む直線を表すには，

$k(2\chi - y - 3) + (\chi + 2y - 4) = 0$

とすればよい。ただし，こちらは直線①を表すことができない。

【注３】　交点$(2,\ 1)$を通る直線のすべてを表す方程式は，定数k，ℓを用いて，次のように書ける。

$k(2\chi - y - 3) + \ell(\chi + 2y - 4) = 0$

１６

第２章　図形と方程式　１・点と直線

４　２直線の平行・垂直（その６）

（２／５）■　２直線の交点を通る直線　■

◇《２直線の交点を通る直線》**学力化**➡　／　，

★解法の技術★

次の２直線①，②が与えられている。

$$\begin{cases} 2\chi + y - 3 = 0 & \cdots ① \\ \chi - 3y + 2 = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

(1)　２直線①，②の交点の座標を求めなさい。

(2)　直線 $2\chi + y - 3 + k(\chi - 3y + 2) = 0$　…（Ａ）

は，①，②の交点を通ることを示しなさい。

(3)　①，②の交点と点（５，２）を通る直線の方程式を求めなさい。

［答　案］

$$\begin{cases} 2\chi + y - 3 = 0 & \cdots ① \\ \chi - 3y + 2 = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

(1)　①－②×２より

$$\begin{array}{rr} & 2\chi + y - 3 = 0 \\ -) & 2\chi - 6y + 4 = 0 \\ \hline & 7y - 7 = 0 \\ & 7y = 7 \\ & y = 1 \end{array}$$

これを①に代入して

$$2\chi + 1 - 3 = 0$$
$$2\chi = 2$$
$$\chi = 1$$

<u>$(\chi,\ y) = (1,\ 1)$</u>

(2)　（証明）

$2\chi + y - 3 + k(\chi - 3y + 2) = 0$　…（Ａ）

$(\chi,\ y) = (1,\ 1)$のとき，

$$\begin{cases} 2 \times (1) + (1) - 3 = 0 \\ \text{かつ} \\ (1) - 3 \times (1) + 2 = 0 \end{cases}$$

だから，（Ａ）は必ず成立する。◀恒等式の性質より

よって，与えられた直線（Ａ）は，①と②の交点を通る。

ただし，（Ａ）は直線 $\chi - 3y + 2 = 0$ は表さない。（証明終わり）

(3)

$\boxed{1}$（<u>２直線の交点を通る直線を定数ｋを用いて表す</u>）

２直線①，②は，傾きが異なるから１点で交わり，

ｋを定数とした方程式　$2\chi + y - 3 + k(\chi - 3y + 2) = 0$　…（Ａ）

は，①，②の交点を通る直線を表す。

（ただし，（Ａ）の式は，直線②（$\chi - 3y + 2 = 0$）は表さない。）　◀前ページ参照

$\boxed{2}$（<u>ｋの値を求める</u>）

（Ａ）が点（５，２）を通るとき，$\chi = 5$，$y = 2$ を（Ａ）に代入して，

$$2 \cdot 5 + 2 - 3 + k(5 - 3 \cdot 2 + 2) = 0$$

$9 + k = 0$ より，$k = -9$　…③

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□□　【円と直線　No.１６（２／５）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

$\boxed{3}$（直線の方程式を求める）

③を（A）に代入して，

$2x+y-3+(-9)(x-3y+2)=0$

$2x+y-3-9x+27y-18=0$

$-7x+28y-21=0$

$x-4y+3=0$

｜メニューへ戻る｜

１６

第２章　図形と方程式　１・点と直線

4　２直線の平行・垂直（その６）

（３／５）■　２直線の交点を通る直線　■

◇《２直線の交点を通る直線》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

次の２直線①，②が与えられている。

$$\begin{cases} 3\chi-2y+1=0 & \cdots① \\ 4\chi+3y-10=0 & \cdots② \end{cases}$$

(1) ①，②の交点と点（２，１）を通る直線の方程式を求めなさい。

(2) ①，②の交点と点（０，０）を通る直線の方程式を求めなさい。

(3) ①，②の交点と点（４，－２）を通る直線の方程式を求めなさい。

［答　　案］

1（２直線の交点を通る直線を定数ｋを用いて表す）

(1) **①，②の交点と点（２，１）を通る直線**

2（ｋの値を求める）

3（直線の方程式を求める）

(2) **①，②の交点と点（０，０）を通る直線**

2（ｋの値を求める）

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □　【円と直線　No. １６（３／５）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3（直線の方程式を求める）

(3) ①，②の交点と点（４，－２）を通る直線

2（ｋの値を求める）　◀ここでは，ｋは求まらない！

3（直線の方程式を求める）

そこで，　◀ ｋ が求まらないときの「手」（その１）

１６	第２章　図形と方程式　１・点と直線

4　２直線の平行・垂直（その６）

（４／５）■　２直線の交点を通る直線　■

◇《２直線の交点を通る直線》 **学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

２直線 $4x+3y+12=0$，$x-2y-2=0$ の交点と点（６，８）を通る直線の方程式を求めなさい。

［答　　案］

$$\begin{cases} 4x+3y+12=0 & \cdots① \\ x-2y-2=0 & \cdots② \end{cases}$$

$\boxed{1}$（<u>２直線の交点を通る直線を定数ｋを用いて表す</u>）

$\boxed{2}$（<u>ｋの値を求める</u>）

$\boxed{3}$（<u>直線の方程式を求める</u>）

｜メニューへ戻る｜

１６

第２章　図形と方程式　１・点と直線
４　２直線の平行・垂直（その６）
（５／５）■　２直線の交点を通る直線　■

◇《２直線の交点を通る直線》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

２直線　３χ＋４ｙ－３＝０，４χ－ｙ＋６＝０　の交点と点（１，２）を通る直線の方程式を求めなさい。

＊前ページの★演習★【１】が解けた人は，この問題を解く必要はありません。

［答　　案］

$$\begin{cases} 3\chi + 4y - 3 = 0 & \cdots ① \\ 4\chi - y + 6 = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

1（２直線の交点を通る直線を定数ｋを用いて表す）

2（ｋの値を求める）

3（直線の方程式を求める）