

## 第1章 いろいろな式 3・高次方程式

## 6 高次方程式(その4)

## (1/4) ■ 2重解をもつ3次方程式 ■

## 2重解をもつ3次方程式

◇ 《2重解をもつ3次方程式》 学力化 →

## ★解法の技術★

$x^3 - 2x^2 + (a-3)x + a = 0$ が2重解をもつような定数 $a$ の値を求めなさい。

【考え方】3次方程式が2重解をもつように式を決定する問題は、まず与えられた3次式を

$(x-a)(x^2+bx+c)$ の形に因数分解する。

$(x-a)(x^2+bx+c)=0$ が2重解をもつのは2通りの場合がある。

(i)  $x^2+bx+c=0$ が $x=a$ を解にもつ場合

この場合は、 $x=a$ を $x^2+bx+c=0$ に代入する。

(ii)  $x^2+bx+c=0$ が重解をもつ場合

この場合は、 $x^2+bx+c=0$ の判別式 $D=0$ となる条件を求める。

[答 案]

1 (因数定理を利用して、左辺を因数分解する)

$P(x) = x^3 - 2x^2 + (a-3)x + a$ とおくと、

$$P(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + (a-3) \cdot (-1) + a = 0 \quad \leftarrow (\text{候補}) \pm 1, \pm a$$

となるから、

$P(x)$ は $x+1$ で割り切れて

$$P(x) = (x+1)(x^2 - 3x + a)$$

-1	1	-2	a-3	a
+		-1	3	-a
	1	-3	a	0

2 (3次方程式が2重解をもつ条件を調べる)

$(x+1)(x^2-3x+a)=0$ が2重解をもつのは、

(i)  $x^2-3x+a=0$ が $x=-1$ を解にもつ場合、または

(ii)  $x^2-3x+a=0$ が重解をもつ場合

である。

(i)  $x^2-3x+a=0$ が $x=-1$ を解にもつとき、

$$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + a = 0$$

これを解いて、 $a = -4$

◀  $x^2-3x+a=0$ に $x=-1$ を代入

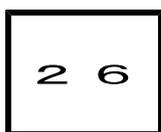
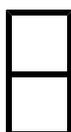
(ii)  $x^2-3x+a=0$ が重解をもつとき、この判別式を $D$ とすると、

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot a = 0$$

これを解いて、 $a = \frac{9}{4}$

3 (答をまとめる)

よって求める $a$ の値は、 $a = -4, \frac{9}{4}$



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

**6** 高次方程式（その4）

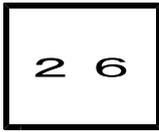
（2 / 4） ■ 2重解をもつ3次方程式 ■

◇ 《2重解をもつ3次方程式》 **学力化** → / .

-----★理解のチェック★-----

$x^3 - x^2 + (a - 2)x + a = 0$ が2重解をもつような定数  $a$  の値を求めなさい。

-----  
[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

**6** 高次方程式(その4)

(3/4) ■ 2重解をもつ3次方程式 ■

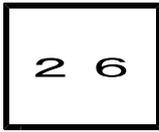
◇ 《2重解をもつ3次方程式》 **学力化** → / .

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

- (1)  $x^3 - 7x^2 + (a + 6)x - a = 0$ が2重解をもつような定数  $a$  の値を求めなさい。
- (2)  $x^3 - (a + 1)x^2 + (3a + 5)x - 2a - 5 = 0$ が2重解をもつような定数  $a$  の値を求めなさい。

[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

**6** 高次方程式(その4)

(4/4) ■ 2重解をもつ3次方程式 ■

◇ 《2重解をもつ3次方程式》 **学力化** → / .

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1)  $x^3 + (2a - 1)x^2 - 3(a - 2)x + a - 6 = 0$ が2重解をもつような定数  $a$  の値を求めなさい。
- (2)  $x^3 + (a - 1)x^2 + (a - 3)x - 2a + 3 = 0$ が2重解をもつような定数  $a$  の値を求めなさい。

[答 案]