｜メニューへ戻る｜

２３

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

6 高次方程式（その３）

（１／４）■　３次方程式と虚数解(1)　■

複素数の相等の利用

◇《３次方程式と虚数解(1)ー複素数の相等の利用》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

> ３次方程式 $\chi^3 + a\chi^2 + b\chi + 5 = 0$ が $2+i$ を解にもつとき，実数ａ，ｂの値を求めなさい。また，他の解を求めなさい。

（解法の全体の流れ）

1. ３次方程式に与えられた解を代入し，$a+bi=0$ の形に整理する。
2. 複素数の相等の性質を利用して，与式の係数の連立方程式を作り，これを解いて ａ，ｂの値を求める。
3. ａ，ｂを与式に代入し，この３次方程式を解き，χ の値を求める。　◀因数定理の利用

◀複素数 $a+bi$ が方程式の解になるとき，その共役な複素数 $a-bi$ も解になる。

［答　案］

1 （3次方程式に与えられた解を代入し，$a+bi=0$ の形に整理する）

$\chi = 2+i$ がこの方程式の解であるから，これを方程式に代入して，

$$(2+i)^3 + a(2+i)^2 + b(2+i) + 5 = 0$$

左辺を展開して整理すると，

$$2^3 + 3\cdot 2^2\cdot i + 3\cdot 2\cdot i^2 + i^3 + 4a + 4ai + ai^2 + 2b + bi + 5 = 0$$

$$8 + 12i - 6 - i + 4a + 4ai - a + 2b + bi + 5 = 0$$

$$(7 + 3a + 2b) + (11 + 4a + b)i = 0 \quad \cdots①$$

◀これを使ってa，bを求める。

2 （複素数の相等の性質を利用して，与式の係数の連立方程式を作り，これを解いてa，bの値を求める）

①において，ａ，ｂは実数より $7+3a+2b$，$11+4a+b$ も実数なので，

$$7 + 3a + 2b = 0, \quad 11 + 4a + b = 0$$

これを解いて，

$$\begin{array}{rr} & 7 + 3a + 2b = 0 \\ -) & 22 + 8a + 2b = 0 \\ \hline & -15 - 5a \quad\quad = 0 \\ & a = -3 \end{array}$$

$$7 + 3\times(-3) + 2b = 0$$

$$b = 1$$

$\underline{a = -3,\ b = 1}$　$\cdots②$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

3 （因数定理を利用して，他の解を求める）

このとき，与式の方程式は，

$\chi^3-3\chi^2+\chi+5=0$ ◀ここからは，№20と同じプロセスとなる。

$P(\chi)=\chi^3-3\chi^2+\chi+5$ とおくと，

$P(-1)=(-1)^3-3\cdot(-1)^2+(-1)+5=0$ ◀（候補）±１，±５

となるから，$P(\chi)$ は $\chi+1$ で割り切れて，

$P(\chi)=(\chi+1)(\chi^2-4\chi+5)$ …③

−1	1	−3	1	5
+		−1	4	−5
	1	−4	5	0

③より，方程式は，

$(\chi+1)(\chi^2-4\chi+5)=0$

となるから，これを解いて，

$\chi+1=0$ より，$\chi=-1$

$\chi^2-4\chi+5=0$ より，

$$\chi=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\cdot5}}{1}=2\pm i$$ ◀$2+i$ が解なので，$2-i$ も解になっている

よって，$\chi=-1,\ 2\pm i$ …④

4 （答をまとめる）

したがって，②，④より，

$a=-3,\ b=1$

他の解は，$\chi=-1,\ 2-i$ ◀【注】$2+i$ は答に入れないこと

｜メニューへ戻る｜

◇《３次方程式と虚数解(1)－複素数の相等の利用》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

３次方程式$\chi^3-4\chi^2+a\chi+b=0$が$1+i$を解にもつとき，実数ａ，ｂの値を求めなさい。また，他の解を求めなさい。

［答　案］

1　（3次方程式に与えられた解を代入し，$a+bi=0$の形に整理する）

$\chi=1+i$がこの方程式の解であるから，これを方程式に代入して，

左辺を展開して整理すると，

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿…①　　◀これを使ってa，bを求める。

2　（複素数の相等の性質を利用して，与式の係数の連立方程式を作り，これを解いてa，bの値を求める）

①において，ａ，ｂは実数より＿＿＿＿＿＿，＿＿ａ＿＿も実数なので，

＿＿＿＿＿＿＝０，　＿＿＿＿＿＿＝０

これを解いて，

ａ＝　　　，ｂ＝　　　…②

3　（因数定理を利用して，他の解を求める）

このとき，与式の方程式は，

＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＝０　　◀ここからは，No.20と同じプロセスとなる。

Ｐ(χ)＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿とおくと，

Ｐ(　)＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　◀（候補）±１，±２，±４

となるから，Ｐ(χ)は＿＿＿＿で割り切れて，

Ｐ(χ)＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿…③

＋

０

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【高次方程式　No.２３（２／４）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

③より，方程式は，

________________________ ＝０

となるから，これを解いて，

◀１＋i が解なので，１ーi も解になっている

よって，χ＝______，　__________…④

4　（答をまとめる）

したがって，②，④より，

a＝　　　　，　b＝

他の解は，χ＝

◀【注】１＋i は答に入れないこと

｜メニューへ戻る｜

２３

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

6 高次方程式（その３）

（３／４）■　３次方程式と虚数解（1）　■

◇《３次方程式と虚数解（1）ー複素数の相等の利用》学力化➡　　／　，

★演習★【１】

３次方程式 $x^3 + ax + b = 0$ が $1+2i$ を解にもつとき，実数ａ，ｂの値を求めなさい。
また，他の解を求めなさい。

［答　　案］

1 （3次方程式に与えられた解を代入し，$a+bi=0$ の形に整理する）

2 （複素数の相等の性質を利用して，与式の係数の連立方程式を作り，これを解いてa，bの値を求める）

3 （因数定理を利用して，他の解を求める）

このとき，与式の方程式は，

＋

0

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □　【高次方程式　No.２３（３／４）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

4　（答をまとめる）

したがって，

ａ＝　　　　　，　ｂ＝

他の解は，χ ＝

｜メニューへ戻る｜

２３

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

6 高次方程式（その３）

（４／４）■　３次方程式と虚数解(1)　■

◇《３次方程式と虚数解(1)ー複素数の相等の利用》学力化➡　　／　，

★演習★【３】

３次方程式$\chi^3-2\chi^2+a\chi+b=0$がiを解にもつとき，実数ａ，ｂの値を求めなさい。また，他の解を求めなさい。

［答　　案］

1 （3次方程式に与えられた解を代入し，a＋bi ＝0の形に整理する）

2 （複素数の相等の性質を利用して，与式の係数の連立方程式を作り，これを解いてa，bの値を求める）

3 （因数定理を利用して，他の解を求める）

このとき，与式の方程式は，

＋

0

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

$\boxed{4}$ （答をまとめる）

したがって，

ａ＝　　　　，　ｂ＝

他の解は，　χ ＝