

第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その4)

(1/5) ■ 2数を解とする2次方程式 ■

2数を解とする2次方程式

★知識の整理★

【1】2数を解とする2次方程式

2つの数 α , β を解とする2次方程式は, x^2 の係数を1とすると,

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0, \text{ すなわち, } x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

よって, 和 $\alpha + \beta = p$, 積 $\alpha\beta = q$ のとき, α , β を解とする2次方程式の1つは, 次のようになる。

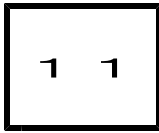
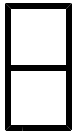
$$x^2 - px + q = 0$$

(例) 2数 $3 + 2\sqrt{2}$, $3 - 2\sqrt{2}$ を解とする2次方程式を1つ作ってみよう。

$$\text{和は, } (3 + 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2}) = 6$$

$$\text{積は, } (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) = 1$$

$$\text{よって, } x^2 - 6x + 1$$



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その4)
 (2/5) ■ 2数を解とする2次方程式 ■
◇ 《2数を解とする2次方程式》 **学力化** → /

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

- (1) 2数 $\frac{1+i}{2}$ と $\frac{1-i}{2}$ を解とする2次方程式のうち、係数がすべて整数であるものを1つつくりなさい。
- (2) $x^2 + 2x - 4 = 0$ の2つの解を α , β とするとき、 $\alpha + 2$ と $\beta + 2$ を2つの解とする2次方程式のうち、 x^2 の係数が1であるものを求めなさい。
- (3) 和が-1, 積が2となる2数を求めなさい。

[答 案]

- (1) **1** $\frac{1+i}{2}$ と $\frac{1-i}{2}$ を解とする2次方程式について、

$$\text{解の和は } \frac{1+i}{2} + \frac{1-i}{2} = 1$$

$$\text{解の積は } \frac{1+i}{2} \cdot \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2}$$

- 2** よって、求める方程式の1つは、

$$x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \quad \leftarrow \alpha, \beta \text{ を解とする2次方程式の1つは } x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$\underline{2x^2 - 2x + 1 = 0} \quad \leftarrow \text{両辺に2をかけ、分数を整数にする}$$

- (2) **1** $\alpha + 2$ と $\beta + 2$ を解とする2次方程式について、

$$\text{解の和は } (\alpha + 2) + (\beta + 2) = \alpha + \beta + 4$$

$$\text{解の積は } (\alpha + 2) \cdot (\beta + 2) = \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4$$

- 2** よって、求める方程式の1つは、

これ以降は教室での学習になります。

(次のページへつづく) →

□ □ 【高次方程式 No. 1 1 (2 / 5)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(3) ① 求める2数を α , β とおく。② α と β を解とする2次方程式について、

$$\text{解の和は } \alpha + \beta = -1$$

$$\text{解の積は } \alpha \beta = 2$$

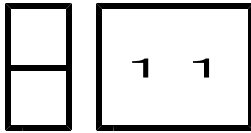
③ よって、求める方程式の1つは、

$$x^2 + x + 2 = 0$$

④ つまり、求める2数は、 $x^2 + x + 2 = 0$ の解である。

$$\text{これを解いて、 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\text{よって、求める2数は、 } \frac{-1 + \sqrt{7}i}{2}, \frac{-1 - \sqrt{7}i}{2}$$



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その4)

(3/5) ■ 2数を解とする2次方程式 ■

◇ 《2数を解とする2次方程式》 **学力化** → /

★理解のチェック★

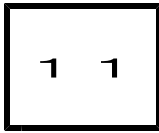
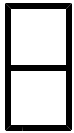
次の問いに答えなさい。

- (1) 2数 $3 + 2i$, $3 - 2i$ を解とする2次方程式を1つ作りなさい。
- (2) $x^2 + x - \blacksquare = 0$ の2つの解を α , β とするとき, α^2 と β^2 を2つの解とする2次方程式を1つ求めなさい。
- (3) 和も積も1となる2数を求めなさい。

【考え方】 2数を解とする2次方程式

α , β を解とする2次方程式の1つは $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その4)

(4/5) ■ 2数を解とする2次方程式 ■

◇ 《2数を解とする2次方程式》 **学力化** → /

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

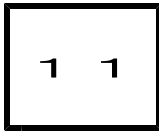
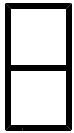
- (1) 2数 3, -5 を解とする2次方程式を1つ作りなさい。
- (2) $2x^2 + 3x + \blacksquare = 0$ の2つの解を α, β とするとき, $\frac{1}{\alpha}$ と $\frac{1}{\beta}$ を2つの解とする2次方程式のうち, 係数がすべて整数であるものを1つ求めなさい。
- (3) 和が2, 積が5となる2数を求めなさい。

【考え方】解と因数分解

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を α, β とすると,

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その4)

(5/5) ■ 2数を解とする2次方程式 ■

◇ 《2数を解とする2次方程式》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1) 2数 $\frac{5+\sqrt{7}}{3}$, $\frac{5-\sqrt{7}}{3}$ を解とする2次方程式のうち、係数がすべて整数であるものを1つつくりなさい。
- (2) $x^2+2x+3=0$ の2つの解を α , β とするとき、 $\alpha+3\beta$ と $3\alpha+\beta$ を2つの解とする2次方程式を1つ求めなさい。
- (3) 和が4, 積が■となる2数を求めなさい。

【考え方】解と因数分解

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の2つの解を α , β とすると,

$$ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

[答 案]