｜メニューへ戻る｜

１１

第１章　いろいろな式　３・高次方程式
３　２次方程式の解と係数の関係（その４）
（１／５）■　２数を解とする２次方程式　■

２数を解とする２次方程式

★知識の整理★

【１】２数を解とする２次方程式

２つの数α，βを解とする２次方程式は，χ^2の係数を１とすると，

$(\chi-\alpha)(\chi-\beta)=0$，すなわち，$\chi^2-(\alpha+\beta)\chi+\alpha\beta=0$

よって，和$\alpha+\beta=p$，積$\alpha\beta=q$のとき，α，βを解とする２次方程式の１つは，次のようになる。

$\chi^2-p\chi+q=0$

（例）　２数　$3+2\sqrt{2}$，$3-2\sqrt{2}$　を解とする２次方程式を１つ作ってみよう。

和は，$(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})=6$
積は，$(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=1$

よって，$\underline{\chi^2-6\chi+1}$

１１

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

３　２次方程式の解と係数の関係（その４）

（２／５）■　２数を解とする２次方程式　■

◇《２数を解とする２次方程式》学力化➡　　／　，

★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1)　２数　$\dfrac{1+i}{2}$ と $\dfrac{1-i}{2}$ を解とする２次方程式のうち，係数がすべて整数であるものを１つつくりなさい。

(2)　$\chi^2+2\chi-4=0$　の２つの解を α，β とするとき，$\alpha+2$ と $\beta+2$ を２つの解とする２次方程式のうち，χ^2 の係数が１であるものを求めなさい。

(3)　和が－１，積が２となる２数を求めなさい。

［答　　案］

(1)　$\boxed{1}$　$\dfrac{1+i}{2}$ と $\dfrac{1-i}{2}$ を解とする２次方程式について，

解の和は　$\dfrac{1+i}{2}+\dfrac{1-i}{2}=1$

解の積は　$\dfrac{1+i}{2}\cdot\dfrac{1-i}{2}=\dfrac{1}{2}$

$\boxed{2}$　よって，求める方程式の１つは，

$\chi^2-\chi+\dfrac{1}{2}=0$　◀α，β を解とする2次方程式の1つは $\chi^2-(\alpha+\beta)\chi+\alpha\beta=0$

$2\chi^2-2\chi+1=0$　◀両辺に2をかけ，分数を整数にする

(2)　$\boxed{1}$　$\alpha+2$ と $\beta+2$ を解とする２次方程式について，

解の和は　$(\alpha+2)+(\beta+2)=\alpha+\beta+4$

解の積は　$(\alpha+2)\cdot(\beta+2)=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4$

$\boxed{2}$　よって，求める方程式の１つは，

これ以降は教室での学習になります。

（次のページへつづく）↗

□ □ 【高次方程式　No. １１（２／５）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(3) $\boxed{0}$ 求める２数をα，βとおく。

$\boxed{1}$ αとβを解とする２次方程式について，

解の和は　$\alpha+\beta=-1$

解の積は　$\alpha\beta=2$

$\boxed{2}$ よって，求める方程式の１つは，

$x^2+x+2=0$

$\boxed{3}$ つまり，求める２数は，$x^2+x+2=0$の解である。

これを解いて，$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{7}i}{2}$

よって，求める２数は，$\underline{\dfrac{-1+\sqrt{7}i}{2},\ \dfrac{-1-\sqrt{7}i}{2}}$

１　１

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

３　２次方程式の解と係数の関係（その４）

（３／５）■　２数を解とする２次方程式　■

◇《２数を解とする２次方程式》**学力化**➡　　／　，

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1)　２数　$3+2i$，$3-2i$　を解とする２次方程式を１つつくりなさい。

(2)　$\chi^2+\chi-$[redacted]$=0$　の２つの解をα，βとするとき，α^2とβ^2を２つの解とする２次方程式を１つ求めなさい。

(3)　和も積も１となる２数を求めなさい。

【考え方】**２数を解とする２次方程式**

α，βを解とする２次方程式の１つは　$\chi^2-(\alpha+\beta)\chi+\alpha\beta=0$

［答　　案］

１１

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

3　２次方程式の解と係数の関係（その４）

（４／５）■　２数を解とする２次方程式　■

◇《２数を解とする２次方程式》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

次の問いに答えなさい。

(1)　２数　３，－５を解とする２次方程式を１つつくりなさい。

(2)　$2\chi^2+3\chi+$[redacted]$=0$　の２つの解をα，βとするとき，$\dfrac{1}{\alpha}$と$\dfrac{1}{\beta}$を２つの解とする２次方程式のうち，係数がすべて整数であるものを１つ求めなさい。

(3)　和が２，積が５となる２数を求めなさい。

【考え方】解と因数分解

２次方程式　$a\chi^2+b\chi+c=0$　の２つの解をα，βとすると，

$$a\chi^2+b\chi+c=a(\chi-\alpha)(\chi-\beta)$$

［答　　案］

１　１

第１章　いろいろな式　３・高次方程式

3　２次方程式の解と係数の関係（その４）

（５／５）■　２数を解とする２次方程式　■

◇《２数を解とする２次方程式》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

次の問いに答えなさい。

(1)　２数 $\dfrac{5+\sqrt{7}}{3}$，$\dfrac{5-\sqrt{7}}{3}$ を解とする２次方程式のうち，係数がすべて整数であるものを１つつくりなさい。

(2)　$\chi^2+2\chi+3=0$ の２つの解を α，β とするとき，$\alpha+3\beta$ と $3\alpha+\beta$ を２つの解とする２次方程式を１つ求めなさい。

(3)　和が４，積が[redacted]となる２数を求めなさい。

【考え方】**解と因数分解**

２次方程式　$a\chi^2+b\chi+c=0$　の２つの解を α，β とすると，

$$a\chi^2+b\chi+c=a(\chi-\alpha)(\chi-\beta)$$

［答　　案］