

第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その2)

【No. 9の後で学習☆発展問題】 (1/4)

2つの解の関係

◇ 《2つの解の関係》 **学力化** → / .

★解法の技術★

2次方程式 $x^2 - mx + 3m = 0$ が整数解のみをもつような定数 m の値とそのときの整数の解をすべて求めなさい。 [類 東京経済大]

【考え方】 ・ 整数解は実数解であるから、判別式について、

$D = (-m)^2 - 12m = m(m - 12) \geq 0$ よって、 $m \leq 0$, $12 \leq m$
しかし、この条件から m の値を絞り込むことができない。

・ そこで、ここでは「**整数解のみ**」という特別な条件を手がかりとして進める。
2つの整数解を α , β ($\alpha \leq \beta$) とすると、解と係数の関係から、

$$\alpha + \beta = m \quad \alpha\beta = 3m$$

この2式から m を消去して、 **$(\quad)(\quad) = (\text{整数})$ の形** を導く。
そして、次のことを利用する。

A, B, Cが整数のとき、 $AB = C$ ならば、A, BはCの約数

[答 案]

1 (解を定義する)

2次方程式 $x^2 - mx + 3m = 0$ が2つの整数解 α , β ($\alpha \leq \beta$) をもつとする。

2 (解と係数の関係より、 α と m についての連立方程式を立てる)

解と係数の関係より、

$$\alpha + \beta = m \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha\beta = 3m \quad \cdots \textcircled{2}$$

◀ 2次方程式の2つの解の和

◀ 2次方程式の2つの解の積

◀ m も整数である。

3 (連立方程式を2元2次方程式に変換する)

①を②に代入して、 $\alpha\beta = 3(\alpha + \beta)$

$$\alpha\beta - 3\alpha - 3\beta = 0$$

$$\alpha(\beta - 3) - 3\beta + \underbrace{9 - 9} = 0$$

$$\alpha(\beta - 3) - 3(\beta - 3) = 9$$

$$(\alpha - 3)(\beta - 3) = 9 \quad \cdots \textcircled{3}$$

◀ m を消去する。◀ 共通因数 $(\beta - 3)$ を作るために。

4 (2元2次方程式を解く/方程式の整数解を求める)

◀ 「別紙」資料を参照

・ $(\alpha - 3)(\beta - 3) = 9 \quad \cdots \textcircled{3}$

→ 「約数と倍数」No.13, No.14

α , β が整数より、 $\alpha - 3$, $\beta - 3$ も整数である。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【高次方程式 No. 9 s (1 / 4)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

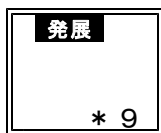
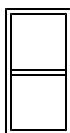
➔ (前のページからのつづき)

・ ③の条件を満たす整数の組を表にすると,

$\alpha - 3$	- 9	- 3	- 1	1	3	9
$\beta - 3$	- 1	- 3	- 9	9	3	1

つまり,

これ以降は教室での学習になります。



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その2)

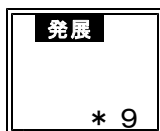
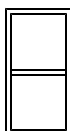
【No. 9の後で学習☆発展問題】 (2 / 4)

◇ 《2つの解の関係》 **学力化** → / ,

-----★理解のチェック★-----

x についての2次方程式 $x^2 - 2mx + 8m = 0$ が整数解のみをもつような整数 m の値とそのときの整数解をすべて求めなさい。

[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その2)

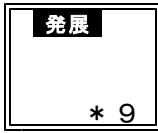
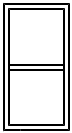
【No.9の後で学習☆発展問題】 (3 / 4)

◇ 《2つの解の関係》 **学力化** → / .

◇ 発展演習 ◇ **【 1 】**

2次方程式 $x^2 - (k + \blacksquare)x + 6 = 0$ の解がすべて整数となるような定数 k の値とそのときの整数解をすべて求めなさい。

[答 案]



第1章 いろいろな式 3・高次方程式

3 2次方程式の解と係数の関係 (その2)

【No.9の後で学習☆発展問題】 (4 / 4)

◇ 《2つの解の関係》 **学力化** → / ,

◇ 発展演習◇ **【2】**

a, b が素数であって、 x の2次方程式 $3x^2 - \blacksquare ax + ab = 0$ が2つの整数解をもつとき、 a, b の値とその整数解を求めなさい。

[答 案]