

## 第1章 いろいろな式 2・式と証明

## 2 等式の証明(その2)

(1/4) ■ 条件付きの等式の証明 ■

## 条件付きの等式の証明

◇《条件付きの等式の証明》学力化→ /

## ★解法の技術★

次の問いに答えなさい。

(1)  $a + b + c = 0$  のとき、次の等式を証明しなさい。

$$2b^2 + ac = (a - b)(c - b)$$

(2)  $x + y + z = 0$  のとき、次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) + 3xyz = 0$$

【考え方】条件付きの等式の証明は、条件式を用いて文字を消去する。その後、1型や2型で証明する。

(1) では、 $c = -a - b$  として、 $c$  を消去し、2型で等式を証明する。(2) では、 $x + y = -z$ 、 $y + z = -x$ 、 $z + x = -y$  として、2文字を1文字に置きかえて、1型で等式を証明する。

[答 案]

(1)  $a + b + c = 0$  より、 $c = -a - b$  であるから

(左辺)  $= 2b^2 + ac$

$= 2b^2 + a(-a - b)$

$= 2b^2 - a^2 - ab \quad \dots \textcircled{1}$

(右辺)  $= (a - b)(c - b)$

$= (a - b)\{(-a - b) - b\}$

$= (a - b)(-a - 2b)$

$= -a^2 - 2ab + ab + 2b^2$

$= 2b^2 - a^2 - ab \quad \dots \textcircled{2}$

①, ②より、 $2b^2 + ac = (a - b)(c - b)$ (2)  $x + y + z = 0$  より、 $x + y = -z$ 、 $y + z = -x$ 、 $z + x = -y$  であるから

(左辺)  $= xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) + 3xyz$

$= xy(-z) + yz(-x) + zx(-y) + 3xyz$

$= -xyz - xyz - xyz + 3xyz$

$= 0$

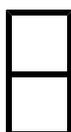
$= (\text{右辺})$

よって、 $xy(x + y) + yz(y + z) + zx(z + x) + 3xyz = 0$ ◀  $c$  を消去するために。← **2型**◀  $c$  を消去する。

◀ 2文字を1文字にする。

← **1型**

◀ 3次の単項式になった。



第1章 いろいろな式 2・式と証明

**2** 等式の証明(その2)

(2/4) ■ 条件付きの等式の証明 ■

◇《条件付きの等式の証明》**学力化**→ /

-----  
★理解のチェック★  
-----

$a + b + c = 0$  のとき、次の等式を証明しなさい。

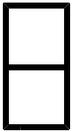
(1)  $a^2 - 2bc = b^2 + c^2$

(2)  $(a + b)(b + c)(c + a) + abc = 0$

-----

【考え方】(2)は、条件式を使って2文字を消します。

[答 案]



第1章 いろいろな式 2・式と証明

**2** 等式の証明 (その2)

(3/4) ■ 条件付きの等式の証明 ■

◇ 《条件付きの等式の証明》 **学力化** → /

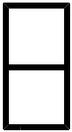
★演習★【1】

$a + b + c = 0$ ,  $a b c \neq 0$  のとき, 次の等式を証明しなさい。

(1) 
$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} + 3 = 0$$

(2) 
$$a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 3abc = 0$$

[答 案]



第1章 いろいろな式 2・式と証明

**2** 等式の証明 (その2)

(4 / 4) ■ 条件付きの等式の証明 ■

◇ 《条件付きの等式の証明》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1)  $a + b + c = 0$  のとき, 次の等式を証明しなさい。

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

(2)  $a + b = 1$  のとき, 次の等式を証明しなさい。

$$a^3 + b^3 = 1 - 3ab$$

[答 案]