｜メニューへ戻る｜

ｎ桁の数の決定と二項定理

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》学力化➡　／　，

★解法の技術★

次の数の下位５桁を求めなさい。

(1)　101^{100}　　　　(2)　99^{100}

【考え方】これらをまともに計算することは手計算ではほとんど不可能であり，また，それを要求されていない。そこで，次のように二項定理を利用すると，必要とされる下位５桁を求めることができる。

(1)　$101^{100}=(1+100)^{100}=(1+10^2)^{100}$
これを二項定理により展開し，各項に含まれる10^n（ｎは自然数）に着目して下位５桁に関係のある範囲を調べる。

(2)　$99^{100}=(-1+100)^{100}=(-1+10^2)^{100}$として，(1)と同様に考える。

［答　　案］

(1)　101^{100}

1（二項定理を利用して式を展開する）

$$101^{100}=(1+100)^{100}=(1+10^2)^{100}$$
$$={}_{100}C_0\cdot 1^{100}\cdot(10^2)^0+{}_{100}C_1\cdot 1^{99}\cdot(10^2)^1$$
$$+{}_{100}C_2\cdot 1^{98}\cdot(10^2)^2+{}_{100}C_3\cdot 1^{97}\cdot(10^2)^3+\cdots$$

◀＋１の累乗の部分は省略してもよい。

2（計算に関係しない部分を分離する）

この展開式の第４項以下は，下位６桁が０００００００となり，下位５桁の計算には影響しないから，この部分をＮ（Ｎは自然数）とおくと，

$$101^{100}=1+10000+49500000+N$$
$$=49510001+N$$

3（答を書く）

よって，下位５桁は，10001

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【整式の乗法・除法　No.１７（１／６）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2)　99^{100}

1（二項定理を利用して式を展開する）

$$99^{100}=(-1+100)^{100}=(-1+10^2)^{100}$$
$$={}_{100}C_0\cdot(-1)^{100}\cdot(10^2)^0+{}_{100}C_1\cdot(-1)^{99}\cdot(10^2)^1$$
$$+{}_{100}C_2\cdot(-1)^{98}\cdot(10^2)^2+{}_{100}C_3\cdot(-1)^{97}\cdot(10^2)^3+\cdots$$

◀(－1)の累乗の部分は省略しないほうがよい。指数が偶数か奇数かによって，係数の符号が変わるから。
もし，省略するときは，このことを考えながら，項の符号を＋か－かに決める作業を行うこと。

2（計算に関係しない部分を分離する）

この展開式の第４項以下は，下位６桁が０００００００となり，下位５桁の計算には影響しないから，この部分をＮ（Ｎは自然数）とおくと，

$$99^{100}=1-10000+49500000+N$$
$$=49490001+N$$

3（答を書く）

よって，下位５桁は，９０００１

｜メニューへ戻る｜

１７

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

４ 二項定理（その３）

（２／６）■　二項定理の応用③　■

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

11^{11}の百の位の数と十の位の数をそれぞれ求めなさい。

【考え方】$(1+10)^{11}$を二項定理を用いて展開します。

ただし，百位と十位の数字を求めればよいので，前３項だけを計算すればよいことがわかります。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

１　７

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

４ 二項定理（その３）

（３／６）■　二項定理の応用③　■

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

101^{15}の百万の位の数は$\boxed{}$である。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

１７

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

4　二項定理（その３）

（４／６）■　二項定理の応用③　■

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

（χ＋１０）^{n}の展開式を用いて，次の問いに答えなさい。

(1)　１２^{6}の下１桁の数を求めなさい。

(2)　１１^{99}の下２桁の数を求めなさい。

［答　　案］

| メニューへ戻る |

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》**学力化**➡　　／　，

★演習★【３】

3^{2001}の下位５桁を求めなさい。

【考え方】これまでやってきたことは，すべて，１０との和や差に二項式の展開を考えたきた。
ここでも，そのようにできるように，まず，与式を変形する。
$3^{2001}=3\cdot3^{2000}=3\cdot(3^{2})^{1000}=3\cdot(-1+10)^{1000}$
ここで，$(-1+10)^{1000}$の部分だけを考える。

［答　　案］

｜メニューへ戻る｜

１７

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式
４ 二項定理（その３）
（６／６）■　二項定理の応用③　■

◇《ｎ桁の数の決定と二項定理》学力化➡　／　,

★演習★【４】

$11^{100}-1$の末尾に並ぶ０の個数を求めなさい。

［答　　案］