｜メニューへ戻る｜

発展 ＊１０

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式
３ 分数式の計算（その３）
【No.１０の後で学習☆発展問題】（１／６）

部分分数に分ける

★知識の整理★

【１】部分分数に分ける

$\dfrac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ のような分母が整数の積の分数式は，分母の因数をそれぞれ分母とした分子が１の差の形に変形することができる。

公式　$\dfrac{1}{ab}=\dfrac{1}{b-a}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$

《具体例》

Ⅰ型　$\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

$(n+2)-n=2$

Ⅱ型　$\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{1}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$

$(n+1)-n=1$

Ⅲ型　$\dfrac{2}{n(n+1)}=\dfrac{2}{1}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

$(n+1)-n=1$

★

一般型　$\dfrac{2}{(3n-1)(3n+2)}=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3n-1}-\dfrac{1}{3n+2}\right)$

$(3n+2)-(3n-1)=3$

【注】このような式の変形を，「**部分分数に分ける**」といいます。

＊【参考】分母の因数が３個の場合　　◀数学Ｂで使う。

(1)　$\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{1}{n(n+1)}-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}$

前から２つ　後から２つ

$(n+2)-n=2$

(2)　$\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}=\dfrac{1}{4}\left\{\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}-\dfrac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right\}$

前から２つ　後から２つ

$(2n+3)-(2n-1=4$

（次のページへつづく）↗

□ □ 【整式の乗法・除法と分数式　No. １０ｓ（１／６）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

◇公式の証明

Ⅰ型 $\dfrac{1}{n(n+2)} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)$

$(n+2)-n=2$

《証明》 $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{n+2-n}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{n(n+2)}=\dfrac{1}{n(n+2)}$ ◀通分する

$$\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$$

Ⅱ型 $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{1}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$

$(n+1)-n=1$

《証明》 $\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}=\dfrac{n+1-n}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n(n+1)}$ ◀通分する

$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

Ⅲ型 $\dfrac{2}{n(n+1)} = \dfrac{2}{1}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

$(n+1)-n=1$

《証明》 $2\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)=2\cdot\dfrac{n+1-n}{n(n+1)}=2\cdot\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{2}{n(n+1)}$ ◀通分する

$$\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$$

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

発展 ＊１０

３ 分数式の計算（その３）

【No.１０の後で学習☆発展問題】（２／６）

◇《部分分数に分けて計算》学力化➡　　／　　，

★解法の技術★

次の計算をしなさい。

$$\frac{1}{x(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+6)}+\frac{1}{(x+6)(x+9)}$$

【考え方】通分してしまうと，処理できなくなります。
このようなときは，各項の分数を２つの分数式の差に直して考えます。

［答　　案］

0　（各項の分数を2つの分数式の差で表す）　◀この部分は暗算して，すぐ$\boxed{1}$の式を作ってもよい。

$$\begin{cases} \cdot\ \dfrac{1}{x(x+3)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+3}\right) \\ \quad ▲(x+3)-x=3 \\ \cdot\ \dfrac{1}{(x+3)(x+6)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x+6}\right) \\ \quad ▲(x+6)-(x+3)=3 \\ \cdot\ \dfrac{1}{(x+6)(x+9)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{x+6}-\dfrac{1}{x+9}\right) \\ \quad ▲(x+9)-(x+6)=3 \end{cases}$$

1　（和を求める）

$$与式=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+6}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+9}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+6}-\frac{1}{x+9}\right)$$

◀＋の項だけを集める。

◀－の項だけを集める。

ここが一気に消える！

$$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+9}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{x+9-x}{x(x+9)}$$ ◀通分する

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{x(x+9)}$$

$$=\frac{3}{x(x+9)}$$ ◀約分する

発展

＊１０

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

３ 分数式の計算（その３）

【No.１０の後で学習☆発展問題】（３／６）

◇《部分分数に分けて計算》**学力化**➡　　／　，

★理解のチェック★

$$\frac{1}{a(a+2)}+\frac{1}{(a+2)(a+4)}+\frac{1}{(a+4)(a+6)}$$ を計算しなさい。

【考え方】各項の分数を２つの分数式の差に直して考えます。

［答　　案］

発展

＊１０

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算（その３）

【No.１０の後で学習☆発展問題】（４／６）

◇《部分分数に分けて計算》学力化➡　　／　　,

◇発展演習◇【 1 】

次の計算をしなさい。

$$\frac{1}{\chi(\chi+1)}+\frac{1}{(\chi+1)(\chi+2)}+\frac{1}{(\chi+2)(\chi+3)}+\frac{1}{(\chi+3)(\chi+4)}$$

【考え方】分母の因数の差が１のタイプの計算です。

プリントNo.／１０（１／６）の(例)(2) の型です。

［答　　案］

発展

＊１０

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

３ 分数式の計算（その３）

【No.１０の後で学習☆発展問題】（５／６）

◇《部分分数に分けて計算》**学力化**➡　　／　　，

◇発展演習◇【２】

次の計算をしなさい。

$$\frac{1}{x^2+4x+3}+\frac{1}{x^2+8x+15}+\frac{1}{x^2+12x+35}$$

【考え方】まず，分母を因数分解しておきます。それぞれの分数式を部分分数に分けて計算できるようになります。

［答　　案］

発展 ＊１０

第１章　いろいろな式　１・整式の乗法・除法と分数式

３ 分数式の計算（その３）

【No.１０の後で学習☆発展問題】（６／６）

部分分数に分解―まとめ

◇《部分分数に分けて計算》学力化➡　／　,

◇発展演習◇【３】

次の計算をしなさい。

(1) $\dfrac{1}{(x-1)x}+\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}$

(2) $\dfrac{2}{x(x+2)}+\dfrac{2}{(x+2)(x+4)}+\dfrac{2}{(x+4)(x+6)}+\dfrac{2}{(x+6)(x+8)}$

(3) $\dfrac{x^2-4x+5}{x^2-4x+3}+\dfrac{-2x^2+4}{x^2-1}+\dfrac{x^2+4x+5}{x^2+4x+3}$

［答　　案］