

発展

* 10

第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算(その3)

【No. 10の後で学習☆発展問題】(1/6)

部分分数に分ける

★知識の整理★

【1】部分分数に分ける

$\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ のような分母が整数の積の分数式は、分母の因数をそれぞれ分母とした分子が1の差の形に変形することができる。

$$\text{公式} \quad \frac{1}{ab} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

《具体例》

$$\text{I型} \quad \frac{1}{n(n+2)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$(n+2) - n = 2$

$$\text{II型} \quad \frac{1}{n(n+1)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{1}{1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$(n+1) - n = 1$

$$\text{III型} \quad \frac{2}{n(n+1)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{2}{1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$(n+1) - n = 1$

★

$$\text{一般型} \quad \frac{2}{(3n-1)(3n+2)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right)$$

$(3n+2) - (3n-1) = 3$

【注】このような式の変形を、「**部分分数に分ける**」といいます。

* 【参考】分母の因数が3個の場合

◀数学Bで使う。

$$(1) \quad \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right\}$$

前から2つ 後から2つ
 $(n+2) - n = 2$

$$(2) \quad \frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{ }} \\ \xrightarrow{\text{ }} \end{array} \frac{1}{4} \left\{ \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} - \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \right\}$$

前から2つ 後から2つ
 $(2n+3) - (2n-1) = 4$

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【整式の乗法・除法と分数式 No. 1 O S (1/6)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

◇公式の証明

$$\text{I 型} \quad \frac{1}{n(n+2)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{red}} \\ \equiv \\ \xrightarrow{\text{red}} \end{array} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

(n+2) - n = 2

$$\langle \text{証明} \rangle \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{n+2-n}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{n(n+2)} \quad \blacktriangleleft \text{通分する}$$

$$\frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$\text{II 型} \quad \frac{1}{n(n+1)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{red}} \\ \equiv \\ \xrightarrow{\text{red}} \end{array} \frac{1}{1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

(n+1) - n = 1

$$\langle \text{証明} \rangle \quad \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)} \quad \blacktriangleleft \text{通分する}$$

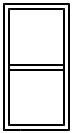
$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\text{III 型} \quad \frac{2}{n(n+1)} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{red}} \\ \equiv \\ \xrightarrow{\text{red}} \end{array} \frac{2}{1} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

(n+1) - n = 1

$$\langle \text{証明} \rangle \quad 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = 2 \cdot \frac{n+1-n}{n(n+1)} = 2 \cdot \frac{1}{n(n+1)} = \frac{2}{n(n+1)} \quad \blacktriangleleft \text{通分する}$$

$$\frac{2}{n(n+1)} = 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$



発展

第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算(その3)

*10

【No.10の後で学習☆発展問題】(2/6)

◇《部分分数に分けて計算》**学力化**→

★解法の技術★

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{x(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+9)}$$

【考え方】通分してしまうと、処理できなくなります。

このようなときは、各項の分数を2つの分数式の差に直して考えます。

[答 案]

① (各項の分数を2つの分数式の差で表す)

◀この部分は暗算して、すぐ②の式を作ってもよい。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x(x+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) \\ \quad \blacktriangle (x+3) - x = 3 \\ \frac{1}{(x+3)(x+6)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} \right) \\ \quad \blacktriangle (x+6) - (x+3) = 3 \\ \frac{1}{(x+6)(x+9)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+9} \right) \\ \quad \blacktriangle (x+9) - (x+6) = 3 \end{array} \right.$$

② (和を求める)

$$\text{与式} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+9} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+6} \right) \quad \blacktriangle \text{+の項だけを集める。}$$

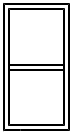
$$\left(-\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+9} \right) \quad \blacktriangle \text{-の項だけを集める。}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+9} \right) \quad \text{ここが一気に消える!}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{x+9-x}{x(x+9)} \quad \blacktriangle \text{通分する}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{x(x+9)}$$

$$= \frac{3}{x(x+9)} \quad \blacktriangle \text{約分する}$$



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算 (その3)

【No. 10の後で学習☆発展問題】 (3 / 6)

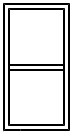
◇ 《部分分数に分けて計算》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

$$\frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+4)} + \frac{1}{(a+4)(a+6)}$$
を計算しなさい。

【考え方】 各項の分数を2つの分数式の差に直して考えます。

[答 案]



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算 (その3)

【No. 10の後で学習☆発展問題】 (4/6)

◇《部分分数に分けて計算》 **学力化** → / ,

◇発展演習◇【1】

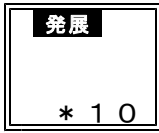
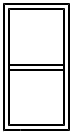
次の計算をなさい。

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$$

【考え方】分母の因数の差が1のタイプの計算です。

プリントNo./10 (1/6) の例(2)の型です。

[答 案]



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算(その3)

【No.10の後で学習☆発展問題】(5/6)

◇《部分分数に分けて計算》 **学力化** → / ,

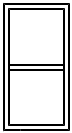
◇発展演習◇【2】

次の計算をなさい。

$$\frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{x^2+12x+35}$$

【考え方】まず、分母を因数分解しておきます。それぞれの分数式を部分分数に分けて計算できるようにします。

[答 案]



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

3 分数式の計算 (その3)

【No.10の後で学習☆発展問題】 (6/6)

部分分数に分解 — まとめ

◇《部分分数に分けて計算》 **学力化** → / .

◇発展演習◇【3】

次の計算をなさい。

$$(1) \frac{1}{(x-1)x} + \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$(2) \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} + \frac{2}{(x+6)(x+8)}$$

$$(3) \frac{x^2-4x+5}{x^2-4x+3} + \frac{-2x^2+4}{x^2-1} + \frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+3}$$

[答 案]