２０

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その７）

（１／５）■　絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数　■

絶対値記号を含む２次方程式 ― 実数解の個数

◇《絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数》 学力化➡　／　，

★解法の技術★

方程式 $|x^2-2x-3|=2x+a$　（ａは定数）の実数解の個数を求めよ。

【考え方】 $y=|x^2-2x-3|-2x$ と $y=a$ とおいて，放物線と直線の位置関係を調べればよい。

［答　　案］

1　（文字定数を分離して，$f(x)=a$ の形にする）

$|x^2-2x-3|=2x+a$ から，$|x^2-2x-3|-2x=a$　◀定数ａを分離する。

$|x^2-2x-3|-2x=a$ の異なる実数解の個数は，

$y=|x^2-2x-3|-2x$ のグラフと直線 $y=a$ との共有点の個数と一致する。

2　（絶対値をはずし，$f(x)$ を標準形にする）

（ｉ）　$x^2-2x-3\geqq 0$ のとき，

つまり，$(x+1)(x-3)\geqq 0$ より，

$x\leqq -1$，$3\leqq x$ のとき，

$$\begin{aligned} y &= (x^2-2x-3)-2x \\ &= x^2-4x-3 \\ &= x^2-4x+4-4-3 \\ &= (x-2)^2-7 \end{aligned}$$

◀平方完成
グラフをかくため

（ii）　$x^2-2x-3<0$ のとき，

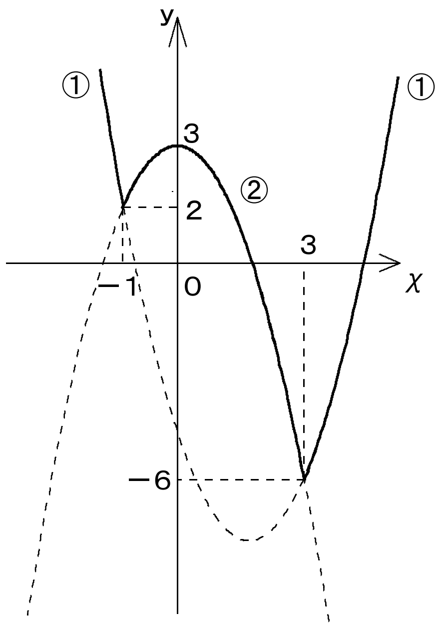
つまり，$(x+1)(x-3)<0$ より，

$-1<x<3$ のとき，

$$\begin{aligned} y &= -(x^2-2x-3)-2x \\ &= -x^2+3 \end{aligned}$$

したがって，（ｉ），（ii）より，

$$y=\begin{cases} (x-2)^2-7 & (x\leqq -1,\ 3\leqq x) & \cdots① \\ -x^2+3 & (-1<x<3) & \cdots② \end{cases}$$



3　（$y=f(x)$ のグラフをかく）

（ｉ），（ii）より，$y=|x^2-2x-3|-2x$ のグラフは右の図の実線部分となる。

（次のページへつづく）↗

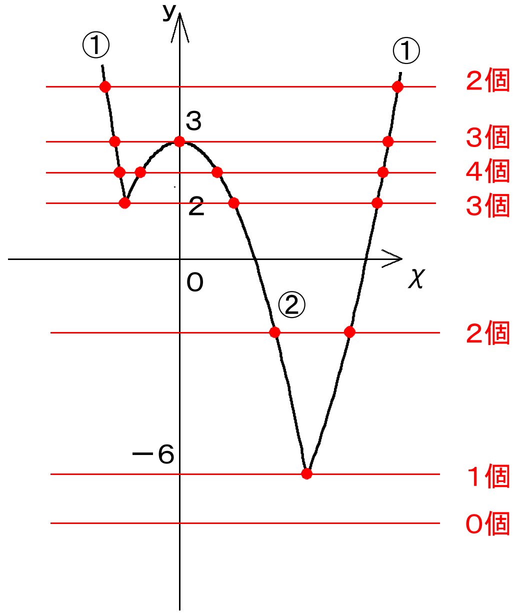
｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

4 （放物線と直線に着目して実数解の個数を求める）

よって，求める方程式の実数解の個数は，

ａ＜－６	のとき	０個
ａ＝－６	のとき	１個
－６＜ａ＜２	のとき	２個
ａ＝２	のとき	３個
２＜ａ＜３	のとき	４個
ａ＝３	のとき	３個
ａ＞３	のとき	２個



▲y＝aを動かして共有点の個数を調べる。

２０

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

３ ２次不等式の応用（その７）

（２／５）■　絶対値記号を含む２次方程式ー実数解の個数　■

◇《絶対値記号を含む２次方程式ー実数解の個数》**学力化**➡　　／　，

★理解のチェック★

方程式 $|\chi(\chi-4)|=2\chi+a$　（ａは定数）の実数解の個数を求めよ。

［答　　案］

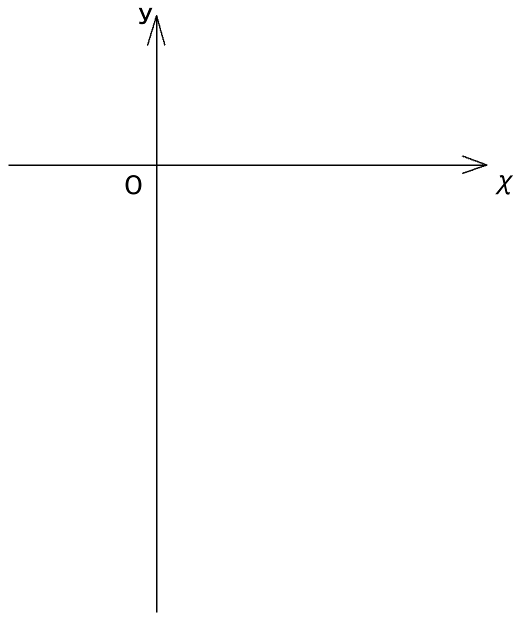
1　（文字定数を分離して，$f(\chi)=a$ の形にする）

$|\chi(\chi-4)|=2\chi+a$ から，$|\chi(\chi-4)|-2\chi=a$　　◀定数ａを分離する。

$|\chi(\chi-4)|-2\chi=a$ の異なる実数解の個数は，

$y=|\chi(\chi-4)|-2\chi$ のグラフと直線 $y=a$ との共有点の個数と一致する。

2　（絶対値をはずし，$f(\chi)$ を標準形にする）



（ｉ）　$\chi(\chi-4)\geqq 0$ のとき，

（ii）　$\chi(\chi-4)<0$ のとき，

したがって，（ｉ），（ii）より，

$y=\begin{cases} \text{------------------------------} & \cdots① \\ \text{------------------------------} & \cdots② \end{cases}$

3　（$y=f(\chi)$ のグラフをかく）

（ｉ），（ii）より，$y=|\chi(\chi-4)|-2\chi$ のグラフは右の図の実線部分となる。

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No.２０（２／５）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

4（放物線と直線に着目して実数解の個数を求める）

よって，求める方程式の実数解の個数は，

------------------ のとき ------ 個

------------------ のとき ------ 個

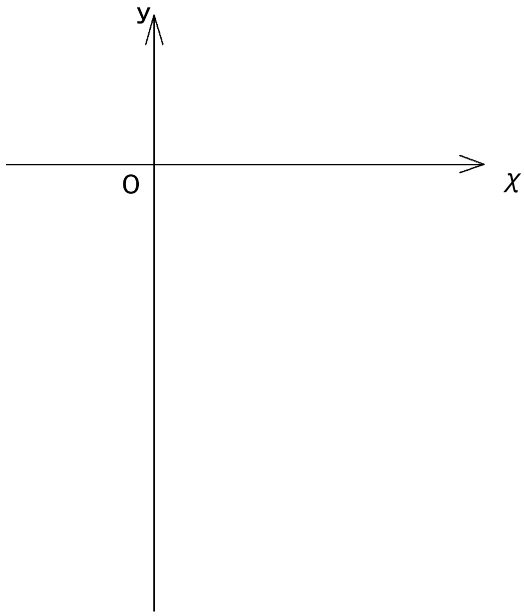
------------------ のとき ------ 個

------------------ のとき ------ 個

------------------ のとき ------ 個

------------------ のとき ------ 個

------------------ のとき ------ 個



▲y＝aを動かして共有点の個数を調べる。

｜メニューへ戻る｜

２０

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その７）

（３／５）■　絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数　■

◇《絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

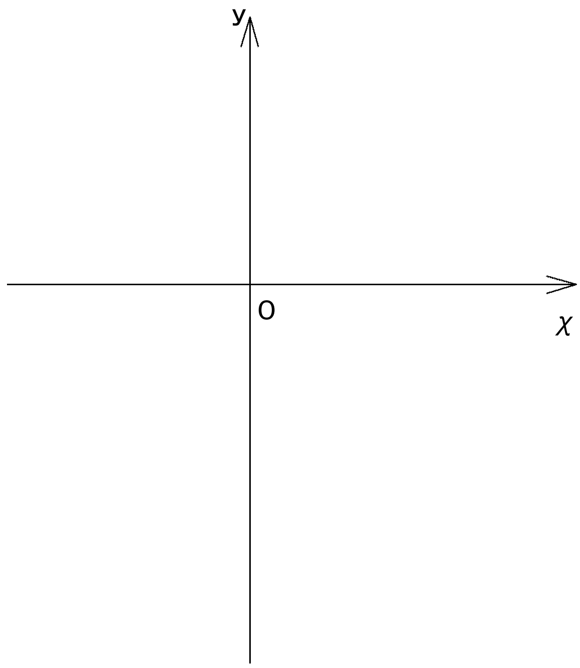
ｋは定数とする。方程式｜$\chi^2-\chi-2$｜＝$2\chi+k$の異なる実数解の個数を調べよ。

［答　　案］

1　（文字定数を分離して，$f(\chi)$＝aの形にする）

2　（絶対値をはずし，$f(\chi)$ を標準形にする）

（ｉ）＿＿＿＿＿＿＿＿＿のとき，



（ii）＿＿＿＿＿＿＿＿＿のとき，

したがって，（ｉ），（ii）より，

y＝{ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ …①
＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ …②

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

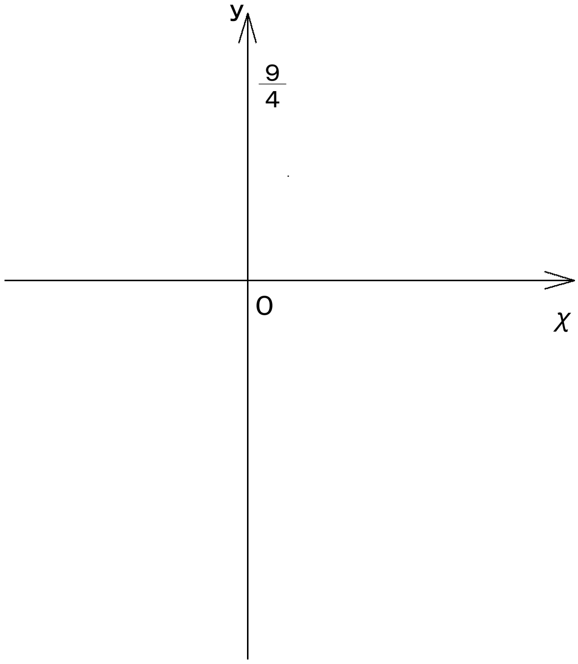
□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No.２０（３／５）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3 （$y=f(\chi)$ のグラフをかく）

（ｉ），（ⅱ）より， $y=|\chi^2-\chi-2|-2\chi$ のグラフは
右の図（前ページ）の実線部分となる。

4 （放物線と直線に着目して実数解の個数を求める）



▲y＝kを動かして共有点の個数を調べる。

よって，求める方程式の実数解の個数は，

______ のとき ___個

______ のとき ___個

______ のとき ___個

______ のとき ___個

______ のとき ___個

______ のとき ___個

______ のとき ___個

２ ０

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

３　２次不等式の応用（その７）

（４／５）■　絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数　■

◇《絶対値記号を含む２次方程式－実数解の個数》**学力化**➡　　／　，

★演習★【２】

k は定数とする。方程式 $|\chi^2+2\chi-3|+2\chi+k=0$ の異なる実数解の個数を調べよ。

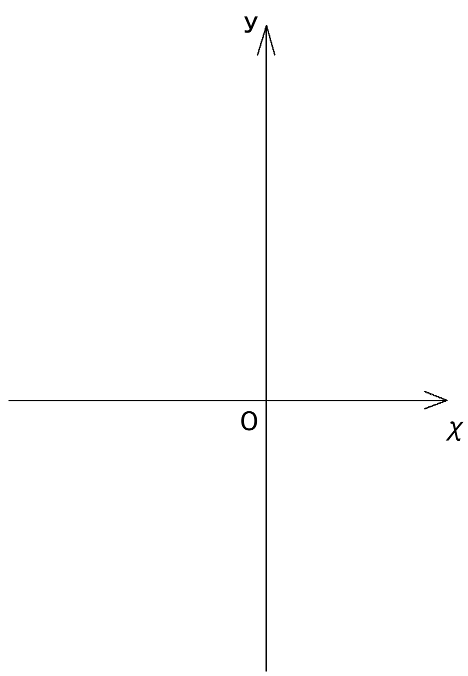
【考え方】$f(\chi)=k$ の形で定数 k を分離する。（～＝－ k とはしない，という意味。）

［答　　案］

1　（文字定数を分離して，$f(\chi)$ ＝aの形にする）

2　（絶対値をはずし，$f(\chi)$ を標準形にする）

（ｉ）　　　　　　　　　　のとき，



（ii）　　　　　　　　　　のとき，

したがって，（ｉ），（ii）より，

$$y=\begin{cases}\quad\cdots\text{①}\\ \quad\cdots\text{②}\end{cases}$$

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

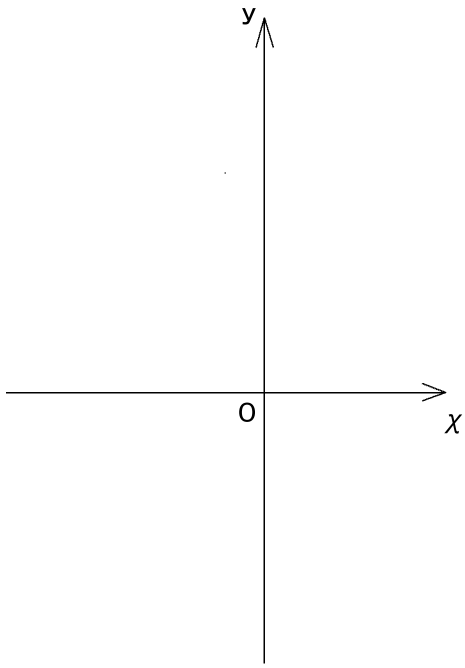
□ □　【２次関数と方程式・不等式　No. ２０（４／５）】　―〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

３　（$y=f(\chi)$ のグラフをかく）

（ｉ），（ⅱ）より，$y=-|\chi^2+2\chi-3|-2\chi$ のグラフは
右の図（前ページ）の実線部分となる。

４　（放物線と直線に着目して実数解の個数を求める）



▲y＝kを動かして共有点の個数を調べる。

よって，求める方程式の実数解の個数は，

| メニューへ戻る |

◇《絶対値記号を含む２次方程式ー実数解の個数》学力化➡　　／　，

★演習★【３】

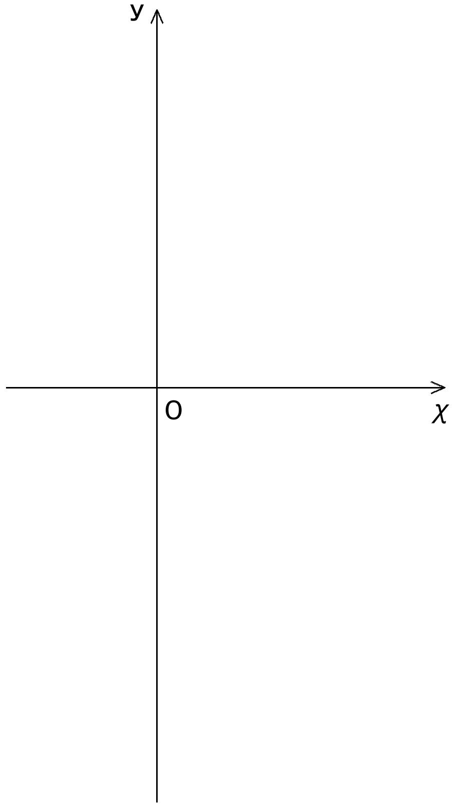
$|\chi^2-3\chi-4|=\chi+k$ が３個以上の実数解をもつように，定数 k の値の範囲を定めよ。

［答　　案］

1　（文字定数を分離して，$f(\chi)=$aの形にする）

2　（絶対値をはずし，$f(\chi)$ を標準形にする）

（ｉ）＿＿＿＿＿＿＿＿のとき，



（ii）＿＿＿＿＿＿＿＿のとき，

したがって，（ｉ），（ii）より，

$$y=\begin{cases} \text{＿＿＿＿＿＿＿＿} & \cdots① \\ \text{＿＿＿＿＿＿＿＿} & \cdots② \end{cases}$$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No.２０（５／５）】 ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

3 （y＝$f(\chi)$ のグラフをかく）

（ｉ），（ⅱ）より，ｙ＝｜χ^2－３χ－４｜－χ のグラフは
右の図（前ページ）の実線部分となる。

4 （放物線と直線に着目して実数解の個数を求める）

よって，求める方程式の実数解の個数は，

------------------ のとき ----- 個

------------------ のとき ----- 個

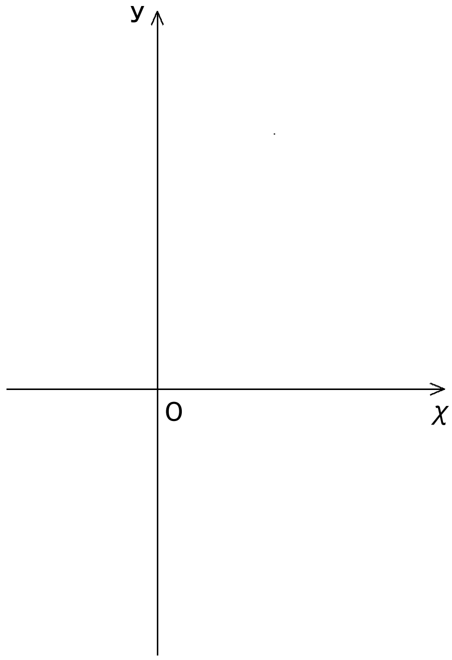
------------------ のとき ----- 個

------------------ のとき ----- 個

------------------ のとき ----- 個

------------------ のとき ----- 個

------------------ のとき ----- 個



5 （定数 k の値の範囲を求める）

よって，求めるｋの値の範囲は，
グラフと直線ｙ＝ｋの共有点が３個以上
あるようなｋの値の範囲（上の表の◎）
であるから，

____

▲y＝kを動かして共有点の個数を調べる。