

1 4

第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(1/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

2次方程式の解の存在範囲(5)一解のとりうる範囲

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)一解のとりうる範囲》 学力化 → /

★解法の技術★

x の2次関数 $f(x) = x^2 - 2px - p^2 + 2p - 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) p がどのような値をとっても $f(x) < 0$ となる x の値の範囲を求めよ。
 (2) 2次方程式 $f(x) = 0$ の実数解 x のとりうる値の範囲を求めよ。

【考え方】(1) $f(x)$ を p について整理した関数を $g(p)$ とおくと、

$$g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$$

ここで、 p どのような値をとっても $g(p) < 0$ (つまり $f(x) < 0$) となるためには、 $g(p) = 0$ の判別式 D_1 が、 $D_1 < 0$ となればよい。

すなわち、判別式は係数についての関係式だから、 x を p の係数にすれば p の判別式を作ることで、 x の範囲を調べることができる。

(2) (1) と同様、 $g(p)$ で考える。

$g(p) = 0$ が実数解をもつような実数 x の範囲を考える。

[答 案]

(1) ① (与式を p についての2次式に変える)

$f(x) = x^2 - 2px - p^2 + 2p - 1$ を p について整理した式を $g(p)$ とおくと、
 $g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$

② (答えが満たすべき条件を示す)

・ここで、 p がどのような値をとっても、 $f(x) < 0$ となるのは、 $g(p) = 0$ の判別式を D_1 とすると、 $D_1 < 0$ のときである。

◀ $f(x)$ と $g(p)$ は同じ式

③ (x の範囲を求める)

$$\cdot \frac{D_1}{4} = (1-x)^2 - (-1) \cdot (x^2 - 1)$$

$$= 2x^2 - 2x = 2x(x-1)$$

・ $D_1 < 0$ より、 $2x(x-1) < 0$

$$0 < x < 1$$

よって、求める x の値の範囲は、 $0 < x < 1$

(2) ① (与式を p についての2次式に変える)

(1) より、 $g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$

(次のページへつづく) →

□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 1 4 (1 / 5) 】 - 〈 2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

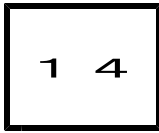
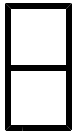
2 (答えが満たすべき条件を示す) $g(p) = 0$ を満たす実数 p が存在するのは、判別式 $D_1 \geq 0$ のときである。**3** (x の範囲を求める)

したがって、(1) より、

$$2x(x-1) \geq 0$$

$$x \leq 0, \quad 1 \leq x$$

よって、求める実数解 x の値の範囲は、 $x \leq 0, 1 \leq x$



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(2/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)―解のとりうる範囲》 **学力化** → /

-----★理解のチェック★-----

 χ の2次関数 $f(\chi) = \chi^2 - 2p\chi - p^2 + 2p - 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) p がどのような値をとっても $f(\chi) < 0$ となる χ の値の範囲を求めよ。
 (2) 2次方程式 $f(\chi) = 0$ の実数解 χ のとりうる値の範囲を求めよ。

[答 案]

- (1)
- 1**
- (与式を
- p
- についての2次式に変える)

 $f(\chi) = \chi^2 - 2p\chi - p^2 + 2p - 1$ を p について整理した式を $g(p)$ とおくと、 $g(p) =$ -----

- 2**
- (答えが満たすべき条件を示す)

・ここで、 p がどのような値をとっても、 $f(\chi) < 0$ となるのは、 $g(p) = 0$ の判別式を D_1 とすると、
 ----- のときである。

◀ $f(\chi)$ と $g(p)$ は同じ式

- 3**
- (
- χ
- の範囲を求める)

・ $\frac{D_1}{4} =$ -----

よって、求める χ の値の範囲は、-----

- (2)
- 1**
- (与式を
- p
- についての2次式に変える)

(1) より、 $g(p) =$ -----

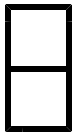
- 2**
- (答えが満たすべき条件を示す)

 $g(p) = 0$ を満たす実数 p が存在するのは、判別式 ----- のときである。

- 3**
- (
- χ
- の範囲を求める)

したがって、(1) より、

よって、求める実数解 χ の値の範囲は、-----



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(3/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

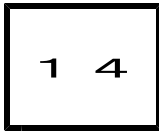
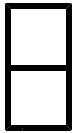
◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

★演習★【1】

χ の2次方程式 $(a^2 + 1)\chi^2 + (a + 2)\chi - 1 = 0$ の実数解 χ のとりうる値の範囲を求めよ。ただし、 a は実数とする。

【考え方】判別式は係数についての関係式だから、 χ を a の係数にすれば a の判別式を作ることで、 χ の範囲を調べることができる。
だから、与えられた2次方程式を a について整理し、その判別式を利用する。

[答 案]



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(4/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

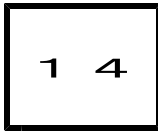
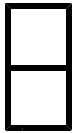
◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

★演習★【2】

x についての2次方程式 $x^2 + 2mx + 4m^2 + 2m = 0$ (m は実数)がある。

- (1) $x = 1$ がこの方程式の解となるような定数 m の値を求めよ。
- (2) $x = 2$ はこの方程式の解となり得ないことを示せ。
- (3) この方程式の実数解のとり得る値の範囲を求めよ。

[答 案]



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(5/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

★演習★【3】

x についての2次方程式 $x^2 - 2mx - m^2 - 4 = 0$ (m は実数)がある。

- (1) $x = 2$ がこの方程式の解となるような定数 m の値を求めよ。
- (2) $x = -1$ はこの方程式の解となり得ないことを示せ。
- (3) この方程式の実数解のとり得る値の範囲を求めよ。

[答 案]