１　３

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

３　２次不等式の応用（その３）

（１／４）■　２次方程式の解の存在範囲(4)　■

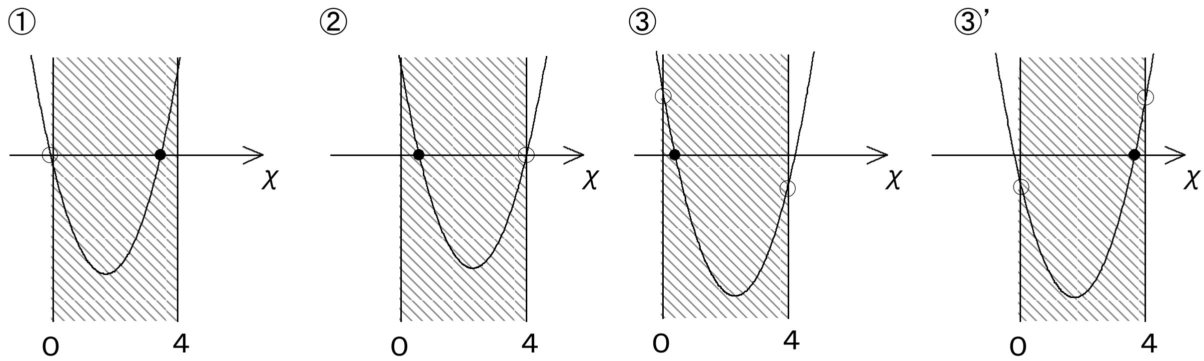
２次方程式の解の存在範囲(4)―「ただ１つ」の問題

◇《２次方程式の解の存在範囲(4)－「ただ１つ」の問題》**学力化**➡　　／　,

★解法の技術★

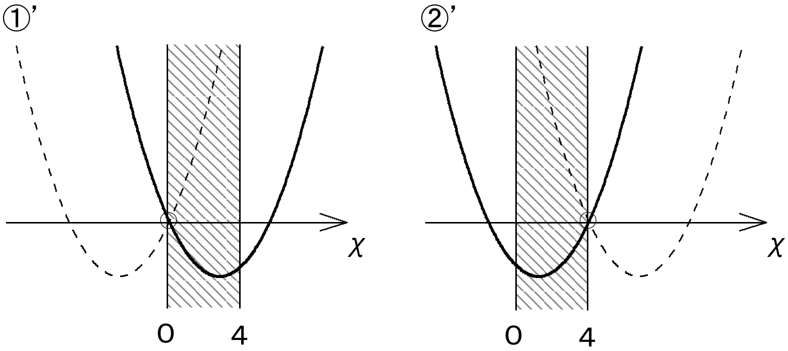
２次方程式　$\chi^2-2a\chi+4a-9=0$　の異なる２つの実数解のうち，ただ１つが $0<\chi<4$ の範囲にあるような定数ａの値の範囲を求めよ。

【考え方】$0<\chi<4$ の範囲にただ１つの解がある場合とは，次の①～③の場合である。



$f(0)=0$ のとき　　$f(4)=0$ のとき　　$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき　　$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき

【注】①，②の場合，次のように0＜χ＜4の範囲に解がない場合もあることに注意！



$f(0)=0$ のとき　　$f(4)=0$ のとき

［答　　案］

0　（問題条件の変更）

$y=f(\chi)=\chi^2-2a\chi+4a-9$　とおく。

$f(0)=0^2-2a\cdot0+4a-9=4a-9$

$f(4)=4^2-2a\cdot4+4a-9=-4a+7$

（次のページへつづく）↗

□ □　【２次関数と方程式・不等式　No. １３（１／４）】　ー〈２枚目／２枚〉

（前のページからのつづき）

1　（グラフが χ 軸と交わるためのaの範囲を調べる）

（ｉ）　・$f(0)=0$ のとき，ａの値は，$4a-9=0$ より，$a=\frac{9}{4}$

・このとき，$f(\chi)=0$ の解は，

$$\chi^2-2\cdot\frac{9}{4}\chi+4\cdot\frac{9}{4}-9=0$$

$$2\chi^2-9\chi+18-18=0$$

$$2\chi^2-9\chi=0$$

$\chi(\chi-9)=0$ より，$\chi=0,\ \frac{9}{2}$

・よって，$f(\chi)=0$ は $0<\chi<4$ に解をもたないから，　◀【注】①’の右のグラフの場合

$a=\frac{9}{4}$ は不適

（ii）　・$f(4)=0$ のとき，ａの値は，$-4a+7=0$ より，$a=\frac{7}{4}$

・このとき，$f(\chi)=0$ の解は，

$$\chi^2-2\cdot\frac{7}{4}\chi+4\cdot\frac{7}{4}-9=0$$

$$2\chi^2-7\chi+14-18=0$$

$$2\chi^2-7\chi-4=0$$

$(2\chi+1)(\chi-4)=0$ より，$\chi=-\frac{1}{2},\ 4$

・よって，$f(\chi)=0$ は $0<\chi<4$ に解をもたないから，　◀【注】②’の左のグラフの場合

$a=\frac{7}{4}$ は不適

（iii）　・$f(0)\cdot f(4)<0$ のとき，ａの値は，

$(4a-9)(-4a+7)<0$　◀パターン③の利用

$(4a-9)(4a-7)>0$　◀両辺×（－１）

$a<\frac{7}{4},\ \frac{9}{4}<a$

2　（答をまとめる）

（ｉ），（ii），（iii）より，

求めるａの範囲は，$a<\frac{7}{4},\ \frac{9}{4}<a$

１３

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

3　２次不等式の応用（その３）

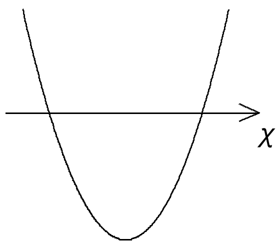
（２／４）■　２次方程式の解の存在範囲(4)　■

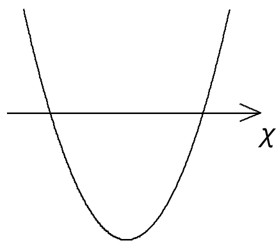
◇《２次方程式の解の存在範囲(4)ー「ただ１つ」の問題》**学力化**➡　　／　，

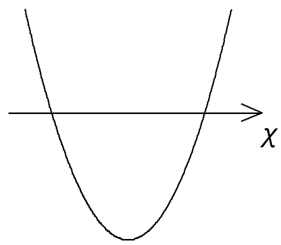
★理解のチェック★

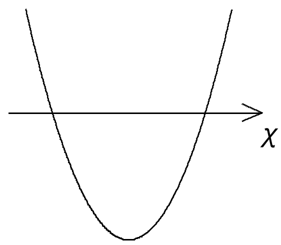
２次方程式 $\chi^2-2a\chi+a-3=0$ の異なる２つの実数解のうち，ただ１つが $1<\chi<2$ の範囲にあるような定数ａの値の範囲を求めよ。

【考え方】 $1<\chi<2$ の範囲にただ１つの解がある場合とは，次の①～③の場合である。

①


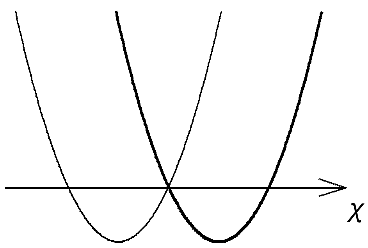
②


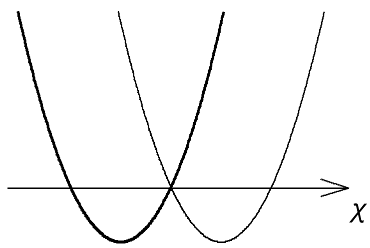
③


③'


$f(1)=0$ のとき　　$f(2)=0$ のとき　　$f(1)\cdot f(2)<0$ のとき　　$f(1)\cdot f(2)<0$ のとき

【注】①，②の場合，次のように１＜χ＜２の範囲に解がない場合もあることに注意！

①'


②'


$f(1)=0$ のとき　　$f(2)=0$ のとき

［答　　案］

0　（問題条件の変更）

$y=f(\chi)=\chi^2-2a\chi+a-3$　とおく。

$f(1)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$f(2)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No. １３（２／４）】　ー〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

1　（グラフが χ 軸と交わるためのaの範囲を調べる）

（ｉ）　・ $f(1)=0$ のとき，　ａの値は，

・このとき，$f(\chi)=0$ の解は，

・よって，$f(\chi)=0$ は　　◀【注】①’の左のグラフの場合

（ii）　・ $f(2)=0$ のとき，　ａの値は，

・このとき，$f(\chi)=0$ の解は，

・よって，$f(\chi)=0$ は　　◀【注】②’の左のグラフの場合

（iii）　・ $f(1)\cdot f(2)<0$ のとき，　ａの値は，

◀パターン③の利用

◀両辺×（－１）×（－１）

2　（答をまとめる）

（ｉ），（ii），（iii）より，

求めるａの範囲は，＿＿＿＿＿＿＿＿

｜メニューへ戻る｜

１３

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

３　２次不等式の応用（その３）

（３／４）■　２次方程式の解の存在範囲(4)　■

２次方程式の解の存在範囲(4)―「少なくとも１つ」の問題

◇《２次方程式の解の存在範囲(4)－「すくなくとも１つ」の問題》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

方程式 χ^2＋(２－ａ)χ＋４－２ａ＝０ が－１＜χ＜１の範囲に少なくとも１つの実数解をもつような定数ａの値の範囲を求めよ。

【考え方】「－１＜χ＜１の範囲に少なくとも１つの実数解をもつ」は,

［Ａ］－１＜χ＜１の範囲に「２つの解をもつ」（重解を含む）　◀No.１１(３／３)を参照

①Ｄ≧０，②－１＜軸＜１，③f(－１)＞０，f(１)＞０の３条件が必要。

［Ｂ］－１＜χ＜１の範囲に「ただ１つの解をもつ」　◀No.１３(１／４)を参照

(ⅰ)f(－１)＝０，(ⅱ)f(１)＝０，(ⅲ)f(－１)・f(１)＜０の場合分け

のいずれかの場合である。

［答　　案］

０　（問題条件の変更）

ｙ＝f(χ)＝χ^2＋(２－ａ)χ＋４－２ａ　とおく。

f(－１)＝ --

f(１)＝ --

［Ａ］<u>－１＜χ＜１の範囲に「２つの解をもつ」（重解を含む）場合：</u>

ｙ＝f(χ)＝

＝　　　　　　　　　　　　◀ 標準形に変形する(平方完成)

よって，軸は直線　χ＝ --------------------

f(χ)＝χ^2＋(２－ａ)χ＋４－２ａのグラフがχ軸の－１＜χ＜１の部分で異なる２点で交わる条件は？

χ

① Ｄ

②

③

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

（前のページからのつづき）

①　D＝

②　◀軸の範囲について

③・$f(-1)$ ＝　より，

$f(1)$ ＝　より，

これより，

→ a　◀ a の範囲のビジュアル化

よって，__________

①，②，③より，

→ a　◀ a の範囲のビジュアル化

したがって，______________　…［A］の場合

（次のページへつづく）

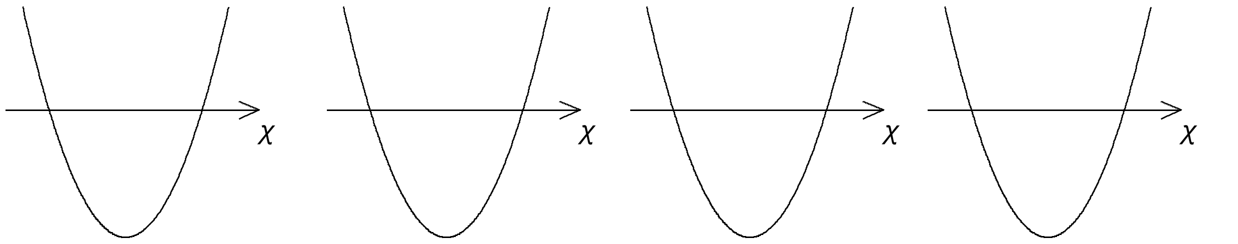
□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No. １３（３／４）】 ー〈３枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

［Ｂ］**－１＜χ＜１の範囲に「ただ１つの解をもつ」場合：**

【考え方】－１＜χ＜１の範囲にただ１つの解がある場合とは，次の①～③の場合である。

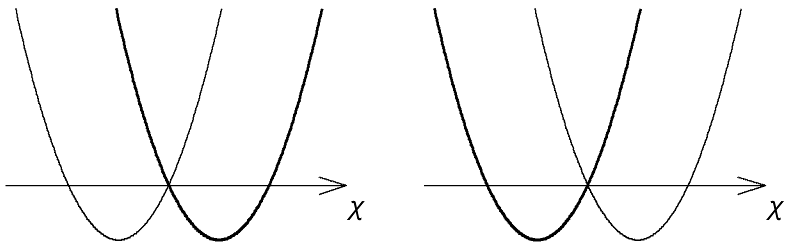
①　②　③　③’



f(－1）＝０のとき　　f(1）＝０のとき　　f(－1)・f(1)＜0のとき　　f(－1)・f(1)＜0のとき

【注】①，②の場合，次のように－１＜χ＜１の範囲に解がない場合もあることに注意！

①’　②’



f(－1）＝０のとき　　f(1）＝０のとき

1　（グラフがχ軸と交わるためのaの範囲を調べる）

（ｉ）　・f(－1）＝０のとき，　ａの値は，

・このとき，f(χ）＝０の解は，

・よって，f(χ）＝０は

（次のページへつづく）↗

□□　【２次関数と方程式・不等式　No. １３（３／４）】　ー〈４枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

（ⅱ）　・$f(1)=0$のとき，　ａの値は，

・このとき，$f(\chi)=0$の解は，

・よって，$f(\chi)=0$は

（ⅲ）　・$f(-1)\cdot f(1)<0$のとき，　ａの値は，

◀パターン①’の利用

2　（答をまとめる）

［Ａ］および，［Ｂ］の（ｉ），（ⅱ），（ⅲ）より，

◀ａの範囲のビジュアル化

ａ

よって，求めるａの範囲は，＿＿＿＿＿＿＿＿

１３

第２章　２次関数　３・２次関数と方程式・不等式

３　２次不等式の応用（その３）

（４／４）■　２次方程式の解の存在範囲(4)　■

◇《２次方程式の解の存在範囲(4)ー「すくなくとも１つ」の問題》**学力化**➡　　／　，

★演習★【２】

方程式　$\chi^2+(a+2)\chi-a+1=0$　がー２＜χ＜０の範囲に少なくとも１つの実数解をもつような定数ａの値の範囲を求めよ。［武庫川女子大］

［答　　案］

０　（問題条件の変更）

［Ａ］**ー２＜χ＜０の範囲に「２つの解をもつ」（重解を含む）場合：**

◀　標準形に変形する（平方完成）

$f(\chi)=\chi^2+(a+2)\chi-a+1$のグラフがχ軸のー２＜χ＜０の部分で異なる２点で交わる条件は？

① D
②
③

① D＝

（次のページへつづく）

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

②　　◀軸の範囲について

③

◀ａの範囲のビジュアル化

①，②，③より，

◀ａの範囲のビジュアル化

$\longrightarrow$ a

したがって，＿＿＿＿＿＿　…［Ａ］の場合

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

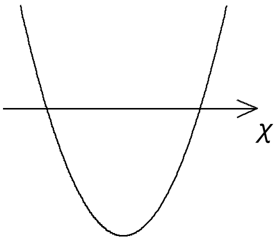
□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No. １３（４／４）】－〈３枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

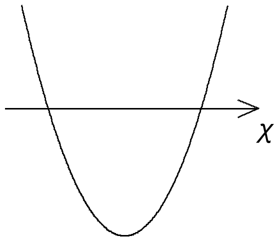
［Ｂ］**－２＜χ＜０の範囲に「ただ１つの解をもつ」場合：**

【考え方】－２＜χ＜０の範囲にただ１つの解がある場合とは，次の①～③の場合である。

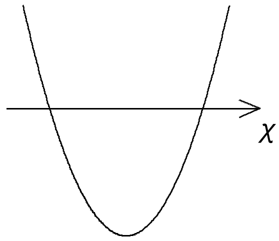
①



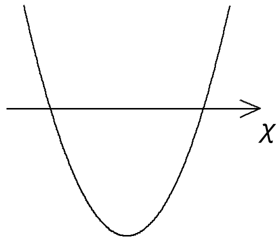
②



③

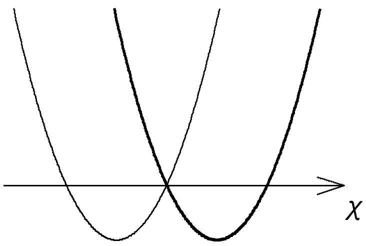


③’

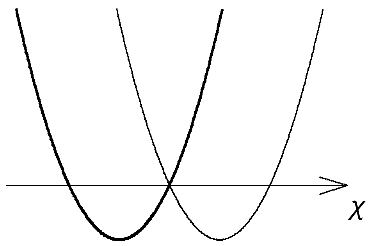


【注】①，②の場合，次のように－２＜χ＜０の範囲に解がない場合もあることに注意！

①’



②’



1　（グラフがχ軸と交わるためのaの範囲を調べる）

（ｉ）　・$f(-2)=0$ のとき，

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数と方程式・不等式　No. １３（４／４）】 ー〈４枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

（ⅱ）　・$f(0)=0$のとき，

（ⅲ）　・$f(-2) \cdot f(0)<0$のとき，

$\boxed{2}$　（答をまとめる）

［Ａ］および，［Ｂ］の（ⅰ），（ⅱ），（ⅲ）より，

a

よって，求める a の範囲は，＿＿＿＿＿＿＿＿