

1 2

第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(1/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(3) ■

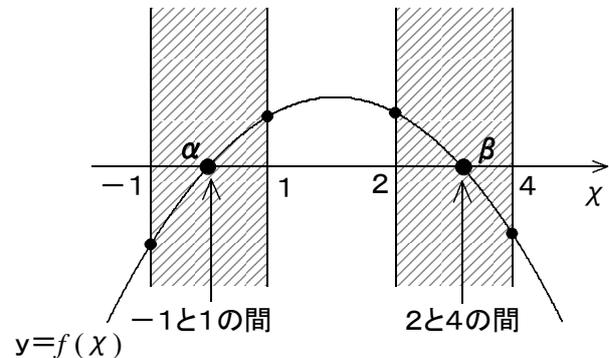
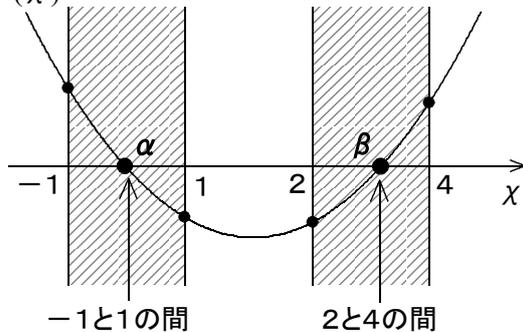
2次方程式の解の存在範囲(3)

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(3)》 学力化 → /

★解法の技術★

2次方程式 $a\chi^2 - (a+1)\chi - 3 = 0$ の1つの解が-1と1の間であり、他の解が2と4の間にあるような定数 a の値の範囲を求めよ。

【考え方】 $y = f(\chi) = a\chi^2 - (a+1)\chi - 3$ とおくと、題意を満たすには、 $f(\chi)$ のグラフは次の図のようになっていればよい。

 $a > 0$ の場合 $a < 0$ の場合 $y = f(\chi)$ 

つまり、グラフの凹凸に関係なく、

$$\cdot f(-1) \text{ と } f(1) \text{ が異符号より, } f(-1) \cdot f(1) < 0$$

$$\cdot f(2) \text{ と } f(4) \text{ が異符号より, } f(2) \cdot f(4) < 0$$

であればよい。

▲つまり、No. / 10 (1 / 7) のパターン④を2回使えばよい、ということである。

[答 案]

① (問題条件の変更)

$$y = f(\chi) = a\chi^2 - (a+1)\chi - 3 \text{ とおく。}$$

 $f(\chi)$ は2次関数であるから、 $a \neq 0$ ② (グラフが χ 軸と交わるための a の範囲を調べる) $y = f(\chi)$ のグラフが-1と1の間と2と4の間で、それぞれ χ 軸と交われればよい。(i) $y = f(\chi)$ のグラフが-1と1の間で χ 軸と交わるためには、 $f(-1) \cdot f(1) < 0$ となればよい。

$$\cdot f(-1) = a \cdot (-1)^2 - (a+1) \cdot (-1) - 3 = 2a - 2$$

$$\cdot f(1) = a \cdot 1^2 - (a+1) \cdot 1 - 3 = -4$$

$$\text{より, } f(-1) \cdot f(1) = (2a - 2) \cdot (-4) < 0$$

$$\text{したがって, } a - 1 > 0 \text{ より, } a > 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 2 (1 / 4) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

➡ (前のページからのつづき)

(ii) $y = f(x)$ のグラフが 2 と 4 の間で x 軸と交わるためには, $f(2) \cdot f(4) < 0$ となればよい。

$$\cdot f(2) = a \cdot 2^2 - (a+1) \cdot 2 - 3 = 2a - 5$$

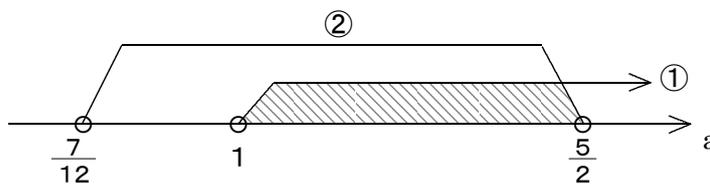
$$\cdot f(4) = a \cdot 4^2 - (a+1) \cdot 4 - 3 = 12a - 7$$

$$\text{より, } f(2) \cdot f(4) = (2a - 5) \cdot (12a - 7) < 0$$

$$\text{したがって, } \frac{7}{12} < a < \frac{5}{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

2 (答をまとめる)

①, ②より,



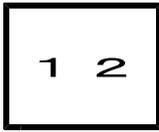
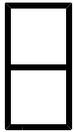
◀ aの範囲をビジュアル化

答え $1 < a < \frac{5}{2}$

これは $a \neq 0$ を満たす。

◀ 答が問題の条件に合うことの確認。

【注意】 上のように, $f(-1) \cdot f(1) < 0$ かつ $f(2) \cdot f(4) < 0$ であれば, 必ず x 軸と 2 つの共有点をもつから, これまでのような判別式や軸の位置は考える必要はない。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(2/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(3) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(3)》 **学力化** → /

-----★理解のチェック★-----

2次方程式 $a\chi^2 - a\chi - 8a + 12 = 0$ が $-4 < \chi < -1$ と $0 < \chi < 3$ の範囲にそれぞれ実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

【考え方】パターン④を2回使えばよい。

[答 案]

0 (問題条件の変更)

$y = f(\chi) = a\chi^2 - a\chi - 8a + 12$ とおく。

$f(\chi)$ は2次関数であるから、-----

1 (グラフが χ 軸と交わるための a の範囲を調べる)

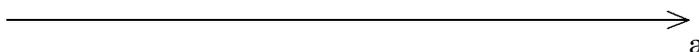
$y = f(\chi)$ のグラフが -----

(i)

(ii)

2 (答をまとめる)

①, ②より,

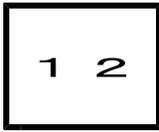
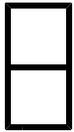


◀ aの範囲をビジュアル化

答え _____

これは _____ を満たす。

◀ 答が問題の条件に合うことの確認。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(3/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(3) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(3)》 **学力化** → /

★演習★【1】

2次方程式 $a\chi^2 - (a+1)\chi - a - 3 = 0$ が、 $-1 < \chi < 0$, $1 < \chi < 2$ の範囲でそれぞれ1つの実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

【考え方】パターン④を2回使えばよい。

[答 案]

0 (問題条件の変更)

1 (グラフが χ 軸と交わるための a の範囲を調べる)

$y = f(\chi)$ のグラフが

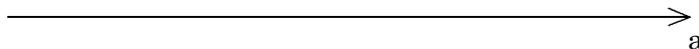
(i)

(ii)

2 (答をまとめる)

①, ②より,

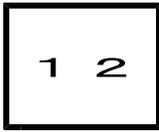
◀ a の範囲をビジュアル化



答え _____

これは

◀ 答が問題の条件に合うことの確認。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(4/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(3) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(3)》 **学力化** → /

★演習★【2】

2次方程式 $a\chi^2 - 2(a-5)\chi + 3a - 15 = 0$ が、 $-5 < \chi < 0$, $1 < \chi < 2$ の範囲でそれぞれ1つの実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

[答 案]

0 (問題条件の変更)

1 (グラフが χ 軸と交わるための a の範囲を調べる)

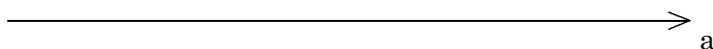
$y = f(\chi)$ のグラフが

(i)

(ii)

2 (答をまとめる)

①, ②より,



◀ a の範囲をビジュアル化

答え

これは

◀ 答が問題の条件に合うことの確認。