１８

第２章　２次関数　２・２次関数の最大・最小
３ 区間が動くときの最大・最小（その１）
（１／５）■　定義域全体が動く①　■

場合分けが必要な問題

◇《定義域全体が動く（場合分け）》学力化➡　／　，

★解法の技術★

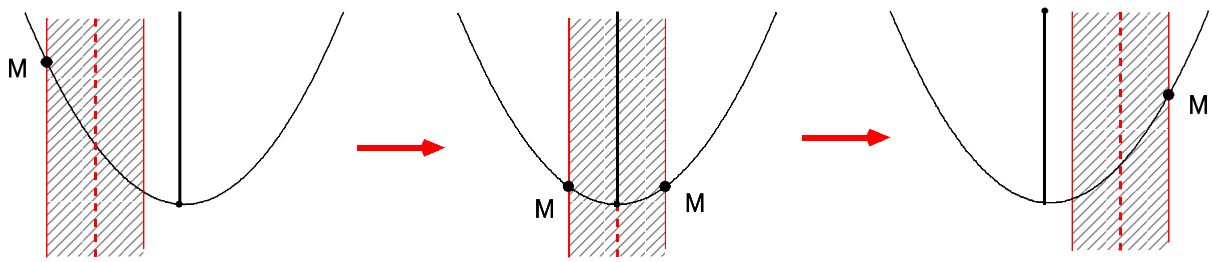
関数　$y=x^2-2x+2$　（$a \leqq x \leqq a+2$）について
(1)　最大値Ｍを求めなさい。　　　　　(2)　最小値ｍを求めなさい。

【考え方】場合分けの方法
最大値（Ｍ）や最小値（ｍ）について，
同値があるときは，グラフの軸と区間の中央との位置関係で場合分けをする。
同値とは　最大値や最小値が軸を対称としてグラフの左右に２個現れるとき，それらの値を同値という。下の(1)　の問題の（ⅱ）の場合など。

区間を移動したとき，同値が現れるかどうかの見分け方
区間の中央と軸を重ねてみる。
・軸を対称軸としてグラフの左右に最大値（最小値）が２個あるとき，「同値がある」という。

同値がないときは，グラフの軸と区間の端との位置関係で場合分けをする。

【考え方】問題を解く前に，次のプロセスを頭の中に描き，場合分けを設定する。
(1)　グラフの概形をかく。（式の形から「下に凸の放物線」だけでよい。）
1　区間をグラフの軸より左側に置くことから始める
2　グラフを固定し，区間を軸の左側から右へ向かって移動させる。
（ⅰ）　区間の中央＜軸のとき，Ｍは常に区間の左端上にある。
（ⅱ）　区間の中央＝軸のとき，Ｍは区間の両端にある。（このときＭは同値である。）
（ⅲ）　軸＜区間の中央のとき，Ｍは常に区間の右端上にある。
3　同値があるから，グラフの軸と区間の中央との位置関係で場合分けをする。



4　以上のことを頭のなかに描きながら，2の３つの場合に分けて，最大値Ｍを求めていく。

（次のページへつづく）

□ □ 【２次関数の最大・最小　No. １８（１／５）】 －〈２枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2) グラフの概形をかく。（式の形から「下に凸の放物線」だけでよい。）

$\boxed{1}$ 区間をグラフの軸より左側に置くことから始める

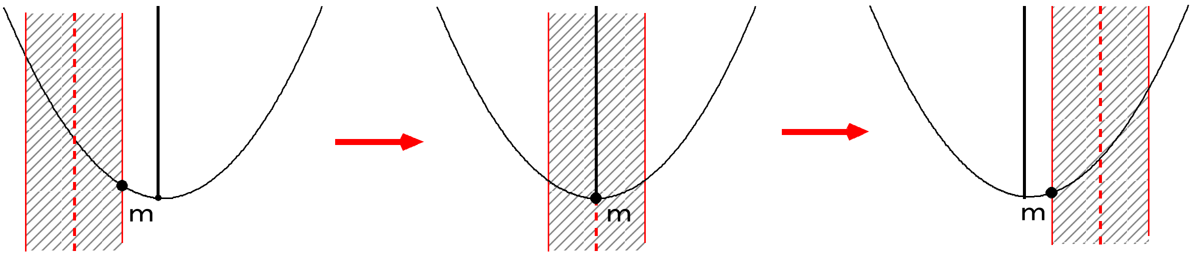
$\boxed{2}$ グラフを固定し，区間を軸の左側から右へ向かって移動させる。

（ｉ） 区間の右端＜軸のとき，ｍは常に区間の右端上にある。

（ii） 軸が区間の間にあるとき，ｍは常にグラフの頂点である。

（iii） 軸＜区間の左端のとき，ｍは常に区間の左端上にある。

$\boxed{3}$ 同値がないから，グラフの軸と区間の端との位置関係で場合分けをする。



$\boxed{4}$ 以上のことを頭のなかに描きながら，$\boxed{2}$の３つの場合に分けて，最小値ｍを求めていく。

［答　　案］ ＜H24版・青チャート・数学Ｉ＋A／基本例題77＞

与式を標準形に直して，

$$y=\chi^2-2\chi+2$$
$$=(\chi^2-2\chi+1-1)+2$$
$$=(\chi-1)^2+1$$

よって，軸は $\chi=1$

＊区間の中央は

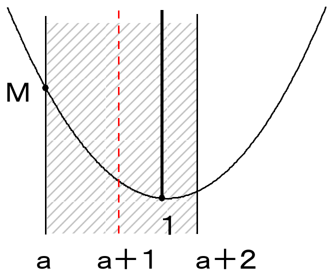
$$\frac{a+(a+2)}{2}=a+1 \text{ より}$$

$$\chi=a+1$$

(1) 最大値をＭとおく。

最大値の同値があるので，グラフの軸と区間の中央との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

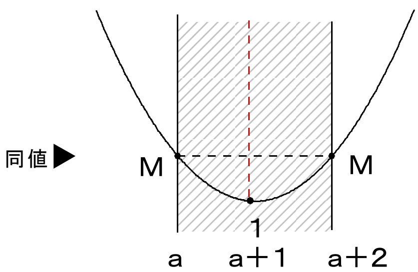


・ $a+1<1$　つまり　$a<0$ のとき

・ $\chi=a$ で

$M=\underline{a^2-2a+2}$

（ii）



・ $a+1=1$　つまり　$a=0$ のとき

・ $\chi=a,\ a+2$ で

$M=a^2-2a+2$

すなわち

$M=(0)^2-2(0)+2=\underline{2}$

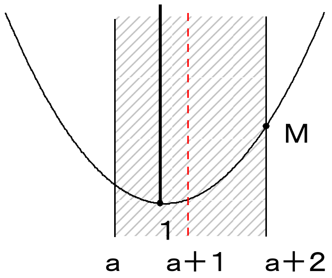
▲ $\chi=a+2$ のときも $M=2$ となる。

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数の最大・最小　No.１８（１／５）】　ー〈３枚目／３枚〉

↗（前のページからのつづき）

（iii）



・１＜ａ＋１　つまり　０＜ａのとき

・χ＝ａ＋２で

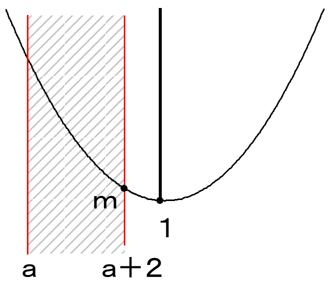
$M=(a+2)^2-2(a+2)+2$

$=a^2+2a+2$

(2)　最小値をｍとおく。

最小値の同値がないので，グラフの軸と**区間の端**との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）



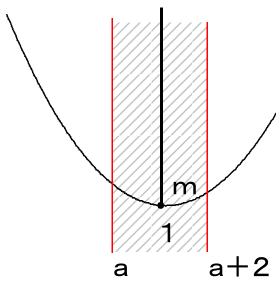
・ａ＋２＜１　つまり　ａ＜－１のとき

・χ＝ａ＋２で

$m=a^2+2a+2$

▲(1)の(iii)より

（ii）



・ａ≦１≦ａ＋２　つまり　－１≦ａ≦１のとき

▲求め方は下の【注】を参照

・χ＝１で

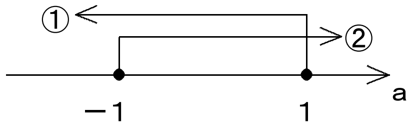
$m=(1)^2-2(1)+2=1$

【注】　ａ≦１≦ａ＋２

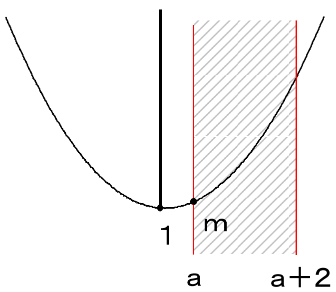
ａ≦１　…①

１≦ａ＋２　より，－１≦ａ　…②

①と②より，－１≦ａ≦１



（iii）



・１＜ａのとき

・χ＝ａで

$m=a^2-2a+2$

18

第２章　２次関数　２・２次関数の最大・最小
3 区間が動くときの最大・最小（その１）
（２／５）■　定義域全体が動く①　■

◇《定義域全体が動く（場合分け）》 **学力化** ➡　　／　，

★理解のチェック★

関数 $f(\chi)=\chi^2-6\chi+4$ （$a\leqq\chi\leqq a+4$）について

(1) 最大値を求めなさい。　　　　(2) 最小値を求めなさい。

［答　　案］

与式を標準形に直して，

$f(\chi)=\chi^2-6\chi+4$

$=$

よって，軸は ＿＿＿＿

＊区間の中央は

(1) 最大値をＭとおく。

最大値の同値が ＿＿＿＿＿＿＿＿ との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

・＿＿＿＿ つまり ＿＿＿＿ のとき

・$\chi=$ ＿＿ で

Ｍ＝ ＿＿＿＿

（ii）

・＿＿＿＿ つまり ＿＿＿＿ のとき

・$\chi=$ ＿＿＿＿ で

Ｍ＝ ＿＿＿＿

すなわち

Ｍ＝ ＿＿＿＿ ＝ ＿＿＿

▲ $\chi=a+4$のときもＭ＝－１となる。

（iii）

・＿＿＿＿ つまり ＿＿＿＿ のとき

・$\chi=$ ＿＿＿＿ で

Ｍ＝ ＿＿＿＿

＝ ＿＿＿＿

（次のページへつづく）↗

□□　【２次関数の最大・最小　No.１８（２／５）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2)　最小値をｍとおく。

最小値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿のと位置関係で場合分けをする。

（ⅰ）

・＿＿＿＿＿つまり＿＿＿＿＿のとき

・χ＝＿＿＿で

ｍ＝＿＿＿＿＿＿

▲(1)の（ⅲ）より

（ⅱ）

・＿＿＿＿＿つまり＿＿＿＿＿のとき

▲【注】

・χ＝＿＿で

ｍ＝＿＿＿＿＿＿＝＿＿＿

（ⅲ）

・＿＿＿のとき

・χ＝＿＿で

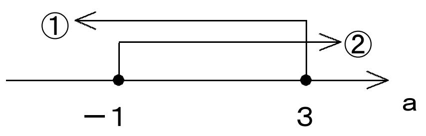
ｍ＝＿＿＿＿＿＿

【注】ａ≦３≦ａ＋４

ａ≦３　…①

３≦ａ＋４　より，－１≦ａ　…②

①と②より，－１≦ａ≦３



１８

第２章　２次関数　２・２次関数の最大・最小

3 区間が動くときの最大・最小（その１）

（３／５）■　定義域全体が動く①　■

◇《定義域全体が動く（場合分け）》 学力化➡　　／　　,

★演習★【１】

関数　$f(\chi)=-2\chi^2+6\chi+1$　（$a \leqq \chi \leqq a+1$）について

(1) 最大値を求めなさい。　　　　(2) 最小値を求めなさい。

［答　　案］

与式を標準形に直して，

$f(\chi)=-2\chi^2+6\chi+1$

$=$

よって，軸は

＊区間の中央は

(1) 最大値をＭとおく。

最大値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

・

・

（ii）

・

・

（次のページへつづく）↗

□ □　【２次関数の最大・最小　No.１８（３／５）】　ー〈２枚目／２枚〉

（前のページからのつづき）

（iii）

・

・

⑵ 最小値をｍとおく。

最小値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

・

・

（ii）

・

・

（iii）

・

・

｜メニューへ戻る｜

第２章　２次関数　２・２次関数の最大・最小

３ 区間が動くときの最大・最小（その１）

（４／５）■　定義域全体が動く①　■

◇《定義域全体が動く（場合分け）》 学力化➡　　／　，

★演習★【２】

２次関数　$f(\chi)=-\chi^2-4\chi+1$　$(a-1\leqq\chi\leqq a+1)$ について

(1) 最大値を求めなさい。　　　　(2) 最小値を求めなさい。

［答　　案］

与式を標準形に直して，

$f(\chi)=-\chi^2-4\chi+1$

$=$

よって，軸は

＊区間の中央は

(1) 最大値をＭとおく。

最大値の同値が________________との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

・

・

（ii）

・

・

（iii）

・

・

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数の最大・最小　No.１８（４／５）】　－〈２枚目／２枚〉

（前のページからのつづき）

(2) 最小値をｍとおく。

最小値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿との位置関係で場合分けをする。

（ⅰ）

・

・

（ⅱ）

・

・

（ⅲ）

・

・

｜メニューへ戻る｜

◇《定義域全体が動く(場合分け)》 **学力化**➡　　／　，

★演習★【３】

関数　$y=x^2-4x+1$　（$a\leqq x\leqq a+1$）について

(1)　最大値を求めなさい。　　　　　　(2)　最小値を求めなさい。

［答　　案］

与式を標準形に直して，

$y=x^2-4x+1$

$=$

よって，軸は

＊区間の中央は

(1)　最大値をＭとおく。

最大値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿との位置関係で場合分けをする。

（ｉ）

・

・

（ⅱ）

・

・

（ⅲ）

・

・

（次のページへつづく）↗

□ □ 【２次関数の最大・最小　No.１８（５／５）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2) 最小値をｍとおく。

最小値の同値が＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿との位置関係で場合分けをする。

（ⅰ）

・

・

（ⅱ）

・

・

（ⅲ）

・

・