

必要条件と十分条件

★知識の整理★

2つの条件A, Bについて,  
[Aは] (Bであるための)  条件

上のような表現の問題があった場合, AとBの真偽関係には次の3通りがあります。  
このとき, 条件[A]をそれぞれ, 次のように名付けます。

①  $[A] \begin{matrix} \xrightarrow{\text{O}} \\ \xleftarrow{\text{X}} \end{matrix} (B)$  のとき (真はO, 偽はXで表す。)

[Aは] (Bである) ための **十分** 条件

②  $[A] \begin{matrix} \xleftarrow{\text{X}} \\ \xrightarrow{\text{O}} \end{matrix} (B)$  のとき

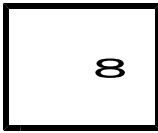
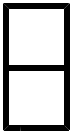
[Aは] (Bである) ための **必要** 条件

③  $[A] \begin{matrix} \xrightarrow{\text{O}} \\ \xleftarrow{\text{O}} \end{matrix} (B)$  のとき

[Aは] (Bである) ための **必要十分** 条件

\*  $[A] \begin{matrix} \xleftarrow{\text{X}} \\ \xrightarrow{\text{X}} \end{matrix} (B)$  のとき

[Aは] (Bである) ための必要条件でも十分条件でもない。



## 第1章 数と式 第4節 集合と命題

8

## 2 命題と集合(その2)

(2/5) ■ 必要条件と十分条件 ■

## ★解法の技術★

次の  に、必要、十分、必要十分のうち、最も適するものを入れなさい。  
 いずれでもない場合は×印を入れなさい。

- (1) 四角形  $ABCD$  が長方形であることは、 $AC=BD$  であるための  条件である。  
 (2)  $x < 3$  は  $-1 < x < 2$  であるための  条件である。  
 (3)  $x = y = 2$  は、 $2y - x = 2x - y = 2$  であるための  条件である。  
 (4) 整数  $x, y$  の積が負であることは、整数  $x, y$  が同符号であるための  条件である。

【考え方】 必要条件か十分条件か? → プリント No. 1 (1/5) ★知識の整理★参照。

[答 案]

- (1) 四角形  $ABCD$  が長方形であることは、 $AC=BD$  であるための

[A]

(B)

- $\left\{ \begin{array}{l} \text{O} \\ [A] \rightarrow (B) \quad \text{長方形の2本の対角線の長さは等しい。} \\ \text{よって、真。} \\ \text{X} \\ [A] \leftarrow (B) \quad \text{対角線の長さの等しい四角形には等脚台形もある。} \\ \text{よって、偽。 [反例] 等脚台形} \end{array} \right.$

十分条件である。

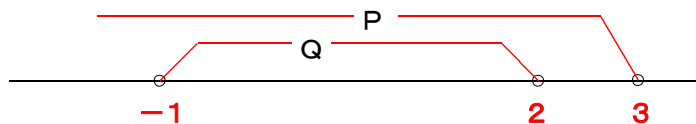
- (2)  $x < 3$  は  $-1 < x < 2$  であるための

[A]

(B)

$P = \{x \mid x < 3\}$ ,  $Q = \{x \mid -1 < x < 2\}$  とおく。

$P, Q$  を数直線上に表すと、



- $\left\{ \begin{array}{l} \text{X} \\ [A] \rightarrow (B) \quad P \subset Q \text{ は成り立たない。} \\ \text{よって、偽。 [反例] } x = -2 \end{array} \right.$

- $\left\{ \begin{array}{l} \text{O} \\ [A] \leftarrow (B) \quad Q \subset P \\ \text{よって、真。} \end{array} \right.$

A ならば	B
A であるものはすべて	B

必要条件である。

(次のページへつづく) →

## □ □ 【集合と命題 No. 8 (2/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

→ (前のページからのつづき)

(3)  $x = y = 2$  は,  $2y - x = 2x - y = 2$  であるための  
 [A] (B)

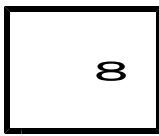
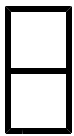
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{○} \\ [A] \rightarrow (B) \quad 2y - x = 2 \times (2) - (2) = 2, \\ \quad \quad \quad 2x - y = 2 \times (2) - (2) = 2 \\ \quad \quad \quad \text{よって, 真。} \\ \\ \text{○} \\ [A] \leftarrow (B) \quad 2y - x = 2x - y = 2 \text{ を連立方程式として解くと,} \\ \quad \quad \quad x = 2, \quad y = 2 \\ \quad \quad \quad \text{よって, 真。} \end{array} \right.$$

必要十分条件である。

(4) 整数  $x, y$  の積が負であることは, 整数  $x, y$  が同符号であるための  
 [A] (B)

$$\left\{ \begin{array}{l} \times \\ [A] \rightarrow (B) \quad x, y \text{ の積が負ならば, } x, y \text{ の符号は反対である。} \\ \quad \quad \quad \text{よって, 偽。 [反例] } -6 = (-2) \times (+3) \\ \\ \times \\ [A] \leftarrow (B) \quad x, y \text{ が同符号なら, } x, y \text{ の積は正である。} \\ \quad \quad \quad \text{よって, 偽。 [反例] } (-2) \times (-3) = +6 \end{array} \right.$$

必要条件でも十分条件でもない。



## 第1章 数と式 第4節 集合と命題

## 2 命題と集合(その2)

## (3/5) ■ 必要条件と十分条件 ■

◇ 《必要条件と十分条件》 **学力化** → /

## ★理解のチェック★

次の□に必要, 十分, 必要十分のうち, 最も適するものを入れなさい。

いずれでもない場合は×印を入れなさい。

- (1)  $x^2 > 0$ は $x > 0$ であるための□条件である。
- (2) 四角形 $ABCD$ について,  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$ であることは,  
 $AB = BC = CD = DA$ であるための□条件である。
- (3) 自然数 $n$ が6の倍数であることは, 自然数 $n$ が偶数であるための□条件である。
- (4)  $x = 6$ は $5x + 2 = 2x + 20$ であるための□条件である。

[答 案]

- (1)
- $x^2 > 0$
- は(
- $x > 0$
- である)ための

[A] (B)

[反例]

{ [A]  $\iff$  (B)

[反例]

[Aは] (Bである) ための [ ] 条件

- (2) 四角形
- $ABCD$
- について,
- $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
- であることは,

[A]

(  $AB = BC = CD = DA$  である ) ための

(B)

[A]  $\rightarrow$  (B)[A]  $\leftarrow$  (B)

[反例]

{ [A]  $\iff$  (B)

[反例]

[Aは] (Bである) ための [ ] 条件

- (3) 自然数
- $n$
- が6の倍数であることは, (自然数
- $n$
- が偶数である) ための

[A]

(B)

[A]  $\rightarrow$  (B)[A]  $\leftarrow$  (B)

[反例]

{ [A]  $\iff$  (B)

[反例]

[Aは] (Bである) ための [ ] 条件

(次のページへつづく)  $\rightarrow$

□ □ 【集合と命題 No. 8 (3/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

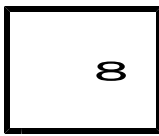
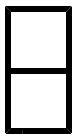
(4)  $x=6$ は  $(5x+2=2x+20$ である) ための

[A] (B)

[A]  $\rightarrow$  (B)

[A]  $\leftarrow$  (B)

{ [A]  $\iff$  (B) [反例]  
[Aは] (Bである) ための [ ] 条件 [反例]



第1章 数と式 第4節 集合と命題

**2** 命題と集合(その2)

(4/5) ■ 必要条件と十分条件 ■

◇《必要条件と十分条件》 **学力化** → /

★演習★【1】

次の  に必要, 十分, 必要十分のうち, 最も適するものを入れなさい。

いずれでもない場合は×印を入れなさい。

- (1)  $0 < x < 3$  は  $0 < x < 1$  であるための  条件である。
- (2)  $\triangle ABC \equiv \triangle PRQ$  は  $\triangle ABC \sim \triangle PRQ$  であるための  条件である。
- (3) 整数  $n$  が 18 の約数であるということは, 整数  $n$  が 12 の約数であるための  条件である。
- (4) 四角形  $ABCD$  が平行四辺形であることは,  $AB \parallel CD$  かつ  $AB = CD$  であるための  条件である。

[答 案]

- (1)  $0 < x < 3$  は  $0 < x < 1$  である ための

不等式→数直線



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{[反例]} \\ [A] \iff (B) \\ \text{[反例]} \\ [A \text{ は } (B \text{ である}) \text{ ための } [ \quad ] \text{ 条件} \end{array} \right.$$

- (2)  $\triangle ABC \equiv \triangle PRQ$  は  $\triangle ABC \sim \triangle PRQ$  である ための

$[A] \rightarrow (B)$

$[A] \leftarrow (B)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{[反例]} \\ [A] \iff (B) \\ \text{[反例]} \\ [A \text{ は } (B \text{ である}) \text{ ための } [ \quad ] \text{ 条件} \end{array} \right.$$

□ □ 【集合と命題 No. 8 (4/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

(3) 整数  $n$  が 18 の約数であるということは, 整数  $n$  が 12 の約数である ための

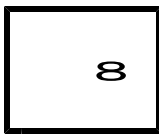
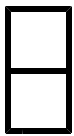
$$\left\{ \begin{array}{l} [A] \iff (B) \quad \text{[反例]} \\ [A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための} [ \quad ] \text{条件} \end{array} \right.$$

(4) 四角形  $ABCD$  が平行四辺形であることは,  $AB \parallel CD$  かつ  $AB = CD$  である ための

$$[A] \rightarrow (B)$$

$$[A] \leftarrow (B)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [A] \iff (B) \quad \text{[反例]} \\ [A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための} [ \quad ] \text{条件} \end{array} \right.$$



## 第1章 数と式 第4節 集合と命題

## 2 命題と集合(その2)

(5/5) ■ 必要条件と十分条件 ■

◇ 《必要条件と十分条件》 **学力化** → / .

## ★演習★【2】

次の  に必要, 十分, 必要十分のうち, 最も適するものを入れなさい。

いずれでもない場合は×印を入れなさい。

- (1)  $a = b$  は  $a^2 = b^2$  であるための  条件である。
- (2)  $|x - 1| < 3$  であることは  $|x| < 2$  であるための  条件である。
- (3)  $x(y^2 - 1) = 0$  は,  $x = -1$  であるための  条件である。
- (4)  $(x - 2)(x - 3) = 0$  は,  $x$  が3以下の素数であるための  条件である。

[答 案]

- (1)
- $a = b$
- は
- $a^2 = b^2$
- である ための

[A] → (B)

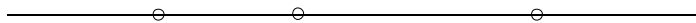
[A] ← (B)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{[反例]} \\ [A] \iff (B) \\ \text{[反例]} \\ [A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための} [ \quad ] \text{条件} \end{array} \right.$$

- (2)
- $|x - 1| < 3$
- であることは
- $|x| < 2$
- である ための

$$\begin{array}{l} \text{絶対値ははずしておきます。} \\ |x - 1| < 3 \quad \rightarrow \\ |x| < 2 \quad \rightarrow \end{array}$$

不等式→数直線



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{[反例]} \\ [A] \iff (B) \\ \text{[反例]} \\ [A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための} [ \quad ] \text{条件} \end{array} \right.$$

(次のページへつづく) →



## □ □ 【集合と命題 No. 8 (5/5)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

(3)  $x(y^2 - 1) = 0$ は,  $x = -1$ である ための[A]  $\rightarrow$  (B)[A]  $\leftarrow$  (B)

{	$[A] \iff (B)$	[反例]
	$[A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための}$	[反例]
	$[ \quad ] \text{条件}$	

(4)  $(x - 2)(x - 3) = 0$ は,  $x$ が3以下の素数である ための[A]  $\rightarrow$  (B)[A]  $\leftarrow$  (B)

{	$[A] \iff (B)$	[反例]
	$[A \text{は}] (B \text{である}) \text{ための}$	[反例]
	$[ \quad ] \text{条件}$	