

## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(1/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずしかた(解説)

## ★知識の整理★

## ▼ 2重根号のはずし方 ▼

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき, } \sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a > b > 0 \text{ のとき, } \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

## 【1】2重根号の性質

根号の中に根号をもつ式(2重根号)は、以下のようにして1つの根号で表せる場合がある。

(i)  $a > 0, b > 0$  のとき,

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

ここで、 $\sqrt{A}$  の定義

2乗して  $A (A > 0)$  となる正の整数を  $\sqrt{A}$  で表す

から、 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  は2乗して  $a + b + 2\sqrt{ab} (> 0)$  となり、かつ、

$\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$  であるから、上の定義により

$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \dots \textcircled{1} \text{ が成り立つ。}$$

(ii)  $a > b > 0$  のとき,

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$

$\sqrt{a} - \sqrt{b}$  は2乗して  $a + b - 2\sqrt{ab} (> 0)$  となり、かつ、 $\sqrt{a} - \sqrt{b} > 0$  で

あるから、上の定義により

$$\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad \dots \textcircled{2} \text{ が成り立つ。}$$

## 【2】2重根号のはずし方

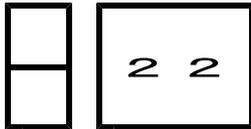
よって、 $\sqrt{\chi \pm 2\sqrt{y}}$  の2重根号は、次のようにしてはずす。

①  $ab = y, a + b = \chi$  (掛けて  $y$ , 加えて  $\chi$ ) となる2数  $a, b$  を見つけて、

②  $\sqrt{\chi + 2\sqrt{y}} = \sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  (ただし、 $a > 0, b > 0$ )

$\sqrt{\chi - 2\sqrt{y}} = \sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$  (ただし、 $a > b > 0$ )

【注意】根号の中の根号の前に2がついているときにのみ、この方法は使える。



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

## (2/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(基本形)

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 学力化 →

## ★解法の技術★

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

(2)  $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

【考え方】(1)  $\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  より、  
 「かけて3になる2数のうち、その和が4になる」組み合わせを見つける。  
 ただし、 $a > 0$ 、 $b > 0$ とする。

(2)  $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$  より、  
 「かけて6になる2数のうち、その和が5になる」組み合わせを見つける。  
 ただし、 $a > b > 0$ とする。

[考える手順]

[答 案]

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

(1)  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$$= \sqrt{(3+1)+2\sqrt{3 \cdot 1}}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{1}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{3} + 1}}$$

◀かけて3、たして4になる

2数は、3と1

1 和と積で書きかえる

2 2重根号をはずす

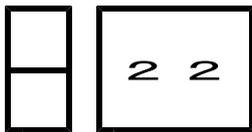
(2)  $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$

$$= \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3 \cdot 2}}$$

$$= \underline{\underline{\sqrt{3} - \sqrt{2}}}$$

◀かけて6、たして5になる

2数は、3と2



第1章 数と式 2・実数

**4** 2重根号(その1)

(3/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 **学力化** → /

★理解のチェック★

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

(2)  $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$

(3)  $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$

[考える手順]

[答 案]

**1** 和と積で書きかえる

**2** 2重根号をはずす

(1)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$

=

=

=

**1** 和と積で書きかえる

**2** 2重根号をはずす

(2)  $\sqrt{9-2\sqrt{20}}$

=

=

=

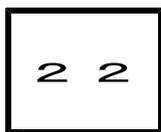
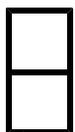
**1** 和と積で書きかえる

**2** 2重根号をはずす

(3)  $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$

=

=



第1章 数と式 2・実数

**4** 2重根号(その1)

(4/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(基本形)》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

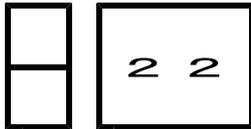
2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$

(2)  $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$

(3)  $\sqrt{11+2\sqrt{30}}$

[答 案]



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(5/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(2√を作る①)

◇《2重根号のはずし方(2√を作る①)》**学力化**→ /

## ★演習★【2】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{5-\sqrt{24}}$

(2)  $\sqrt{10-\sqrt{84}}$

(3)  $\sqrt{8-\sqrt{48}}$

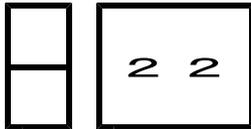
【考え方】2√を作るために、√の中の2<sup>2</sup>を外へ出します。

たとえば、

(1)  $\sqrt{5-\sqrt{24}} = \sqrt{5-\sqrt{2^2 \times 6}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$

と変形してから2重根号をはずします。

[答 案]



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(6/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(2√を作る②)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る②)》 **学力化** → /

## ★演習★【3】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$

(2)  $\sqrt{10+4\sqrt{6}}$

(3)  $\sqrt{42+12\sqrt{6}}$

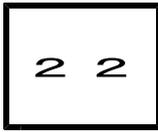
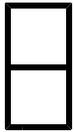
【考え方】  $2\sqrt{\quad}$  を作るために、 $\sqrt{\quad}$  の前の2以外の因数を平方数にして $\sqrt{\quad}$  の中へ入れます。

たとえば、

(1)  $\sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{9+2\sqrt{2^2 \times 2}} = \sqrt{9+2\sqrt{8}}$

と変形してから2重根号をはずします。

[答 案]



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(7/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(2√を作る③)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る③)》 **学力化** → /

## ★演習★【4】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{3-\sqrt{5}}$

(2)  $\sqrt{4-\sqrt{15}}$

(3)  $\sqrt{6+\sqrt{35}}$

(4)  $\sqrt{2+\sqrt{3}}$

【考え方】  $2\sqrt{\quad}$  を作るために、 $\sqrt{\quad}$  の中の数全体を2倍して2でわっておきます。

たとえば、

$$\sqrt{a+b\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{2a+2b\sqrt{c}}{2}} = \frac{\sqrt{2a+2b\sqrt{c}}}{\sqrt{2}}$$

と変形してから2重根号をはずします。

分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておきます。

[答 案]

## \* Sample

(1)  $\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}}$

◀ 2倍して2でわる

$$= \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$$

◀ 分子と分母に分ける

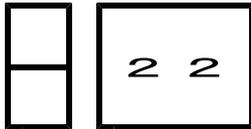
◀ かけて  $5 \times 1$ たして  $5+1=6$ 

$$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$$

◀ 分子の2重根号をはずす

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

◀ 有理化は結果だけを書く



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(8/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(2√を作る④)

◇ 《2重根号のはずし方(2√を作る④)》 **学力化** → / ,

## ★演習★【5】

2重根号をはずして、次の式を簡単にしなさい。

$$(1) \sqrt{9-3\sqrt{5}} \quad (2) \sqrt{20-5\sqrt{15}} \quad (3) \sqrt{15-5\sqrt{5}} \quad (4) \sqrt{6+3\sqrt{3}}$$

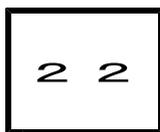
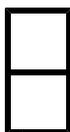
【考え方】③→②の2つの手順で、2重根号をはずします。

\* 分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておきます。

[答 案]

## \* Sample

$$\begin{aligned}
 (1) & \sqrt{9-3\sqrt{5}} \\
 &= \sqrt{\frac{18-2 \times 3\sqrt{5}}{2}} && \blacktriangleleft 2倍して2でわる \\
 &= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3^2 \times 5}}}{\sqrt{2}} && \blacktriangleleft 内側の根号の前の2以外の因数を平方数にして根号の中へ入れる \\
 &= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3 \times (3 \times 5)}}}{\sqrt{2}} && \blacktriangleleft 内側の根号の中の因数の組合せを変えて、和が18になる2数を調べる \\
 &= \frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} && \blacktriangleleft 分子の2重根号をはずす \\
 &= \frac{\sqrt{30}-\sqrt{6}}{2} && \blacktriangleleft 有理化は結果だけを書く
 \end{aligned}$$



第1章 数と式 2・実数

4 2重根号(その1)

(9/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

## 2重根号のはずし方(混合問題)

◇ 《2重根号のはずし方(混合問題)》 **学力化** → /

## ★演習★【6】

次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

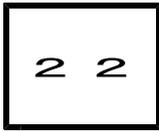
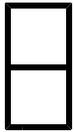
(2)  $\sqrt{9-2\sqrt{14}}$

(3)  $\sqrt{16+6\sqrt{7}}$

(4)  $\sqrt{8-\sqrt{48}}$

(5)  $\sqrt{5+\sqrt{21}}$

[答 案]



## 第1章 数と式 2・実数

## 4 2重根号(その1)

(10/10) ■ 2重根号のはずし方 ■

◇ 《2重根号のはずし方(混合問題)》 **学力化** → / .

## ★演習★【7】

次の式を簡単にしなさい。

(1)  $\sqrt{15+2\sqrt{56}}$

(2)  $\sqrt{11-\sqrt{40}}$

(3)  $\sqrt{14+6\sqrt{5}}$

(4)  $\sqrt{7+\sqrt{33}}$

(5)  $\sqrt{8+3\sqrt{7}}$

[答 案]