２１

第１章　数と式　２・実数

３ 平方根（その６）

（１／９）■　整数部分，小数部分　■

（1） 有理化の必要な問題

◇《整数部分，小数部分と式の値》**学力化**➡　　／　　，

★解法の技術★

> $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。
>
> このとき，a，b，$a^2+2ab+3b^2$，$b^3+\dfrac{27}{b^3}$ の値を求めなさい。

【考え方】次の４ステップで解きます。

0　与式を有理化しておく。（これは問題を解くに当たっての前処理です）

1　与式の整数部分 a の値を求める。

2　与式の小数部分 b の値を求める。

3　$a^2+2ab+3b^2$ の値を，次の手順で求める。
　①$a^2+2ab+3b^2$ を基本対称式で表す。
　②基本対称式に数値を代入する。

4　$b^3+\dfrac{27}{b^3}$ の値を，次の手順で求める。
　①$b^3+\dfrac{27}{b^3}$ を基本対称式で表す
　②$\dfrac{3}{b}$ を有理化し，基本対称式 $b+\dfrac{3}{b}$ の値を求める。
　③基本対称式に②の数値を代入する

［考える手順］

0　与式を有理化する

［答　　案］

与式を有理化すると，

$$\frac{2}{3-\sqrt{7}}=\frac{2(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=\frac{2(3+\sqrt{7})}{9-7}=3+\sqrt{7}$$

1　整数部分を求める

与式の整数部分 a を求めると，

$4<7<9$

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$

$2<\sqrt{7}<3$

辺々＋３

$3+2<3+\sqrt{7}<3+3$

$5<3+\sqrt{7}<6$

よって，$a=5$

（次のページへつづく）↗

□ □ 【実数 No.２１（１／９）】 ―〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

2 小数部分を求める	与式の小数部分 b を求めると， $b=(3+\sqrt{7})-a$ $=(3+\sqrt{7})-5$ $=\underline{\sqrt{7}-2}$
3 $a^2+2ab+3b^2$の値	$a^2+2ab+3b^2$を基本対称式を含む式で表して，　◀a計算を楽にする $(a^2+2ab+b^2)+2b^2$ $=(a+b)^2+2b^2$ $=\{5+(\sqrt{7}-2)\}^2+2(\sqrt{7}-2)^2$　◀a，bに直接代入する $=(3+\sqrt{7})^2+2(\sqrt{7}-2)^2$ $=9+6\sqrt{7}+7+14-8\sqrt{7}+8$ $=\underline{38-2\sqrt{7}}$
4 $b^3+\dfrac{27}{b^3}$の値	$b^3+\dfrac{27}{b^3}$を基本対称式で表すと， $b^3+\left(\dfrac{3}{b}\right)^3$ $=\left(b+\dfrac{3}{b}\right)^3-3\cdot b\cdot\dfrac{3}{b}\cdot\left(b+\dfrac{3}{b}\right)$ $=\left(b+\dfrac{3}{b}\right)^3-9\left(b+\dfrac{3}{b}\right)$ ここで，$\dfrac{3}{b}$を有理化すると $\dfrac{3}{b}=\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}=\dfrac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\dfrac{3(\sqrt{7}+2)}{7-4}=\sqrt{7}+2$ であるから，$b+\dfrac{3}{b}=(\sqrt{7}-2)+(\sqrt{7}+2)=2\sqrt{7}$ よって，求める式の値は， $b^3+\dfrac{27}{b^3}=(2\sqrt{7})^3-9(2\sqrt{7})$ $=56\sqrt{7}-18\sqrt{7}$ $=\underline{38\sqrt{7}}$

｜メニューへ戻る｜

第１章　数と式　２・実数

3 平方根（その６）

（２／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》学力化➡　　／　，

★理解のチェック★

$\dfrac{6}{3+\sqrt{3}}$ の小数部分をｍとするとき，$m^2+\dfrac{1}{m^2}$ の値を求めなさい。

【考え方】無理数の小数部分を求めるには，整数部分を求めておく必要があります。

［考える手順］　［答　　案］

0 与式を有理化する

与式を有理化すると，

$$\frac{6}{3+\sqrt{3}}=$$

1 整数部分を求める

与式の整数部分ａを求めると，

2 小数部分を求める

与式の小数部分ｍを求めると，

4 $m^2+\dfrac{1}{m^2}$ の値

$m^2+\dfrac{1}{m^2}$ を基本対称式で表すと，

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

□ □ 【実数 No.２１（２／９）】 －〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

ここで，$\frac{1}{m}$を有理化すると

であるから，$m+\frac{1}{m}=$

よって，求める式の値は，

$m^2+\frac{1}{m^2}=$

２１

第１章　数と式　２・実数

３ 平方根（その６）

（３／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》**学力化**➡　　／　，

★演習★【１】

$a=\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}$ の整数部分をｐ，小数部分をｑとするとき，$p^2+2pq+4q^2$ の値を求めなさい。

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

３ 平方根（その６）

（４／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

$\dfrac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ の整数部分をａ，小数部分をｂとするとき，

(1)　ａの値を求めなさい。

(2)　$b+\dfrac{2}{b}$ の値を求めなさい。

【考え方】(1)　まず最初に分母の有理化をしないと，先が見えません。
分母の有理化は，分母に平方根を含む問題の「突破口」です。
ａの値を求めるとき，不等式の筆算を使います。不等式の筆算をまだ学習していない場合は，先生に教えてもらって下さい。

(2)　№.２１★解法の技術★を参照。

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

３ 平方根（その６）

（５／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《対称式でない式の値》学力化➡　　／　，

★演習★【３】

$\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数部分がａ，小数部分がｂのとき，

(1)　ａ，ｂの値を求めなさい。

(2)　$\dfrac{a+b^2}{3b}$，およびａ²－ｂ²－２ａ－２ｂの値を求めなさい。

【考え方】(2)は対称式ではありません。だから，次の手順で解きます。

・$\dfrac{a+b^2}{3b}$ は，ａ，ｂの値を直接代入して式の値を求める。

・ａ²－ｂ²－２ａ－２ｂは，

①最初に，ａ²－ｂ²－２ａ－２ｂを因数分解しておき，

②次に，その式に，ａ，ｂの値を代入し，式の値を求める。

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

３ 平方根（その６）

（６／９）■　整数部分，小数部分　■

（2） 有理化をしない問題

◇《整数部分，小数部分と式の値》学力化➡　　／　，

★演習★【４】

$5-\sqrt{3}$ の整数部分をａ，小数部分をｂとする。

このとき，ａ，ｂおよび $2a^2-\left(b^2+\dfrac{1}{b^2}\right)$ の値を求めなさい。

【考え方】$5-\sqrt{3}$ が分数でないので，有理化は必要ありません。

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

3 平方根（その６）

（７／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》学力化➡　　／　，

★演習★【５】

$1+\sqrt{5}$ の整数部分をａ，小数部分をｂとするとき，次の値を求めなさい。

(1)　ａ，ｂの値

(2)　$b+\dfrac{1}{b}$，$b^3+\dfrac{1}{b^3}$ の値

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

3　平方根（その６）

（８／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》**学力化**➡　　／　，

★演習★【６】

$\sqrt{5}$ の小数部分をａとするとき，$\dfrac{1}{a}$，$\dfrac{1}{a^3}-a^3$ の値を求めなさい。

［答　　案］

２１

第１章　数と式　２・実数

3 平方根（その６）

（９／９）■　整数部分，小数部分　■

◇《整数部分，小数部分と式の値》 学力化➡　　／　，

★演習★【７】

$4+2\sqrt{5}$ の整数部分をａ，小数部分をｂとするとき，ａ，ｂ，a^2+b^2 の値を求めなさい。

［答　　案］