

第2章 2次関数 1・関数とグラフ

3 2次関数の決定(0)

(1 / 12) ■ 3元連立方程式とその解 ■

中学校で、2元1次連立方程式について学習した。2元1次連立方程式は、2つの文字についての1次方程式を2つ組にして考えたものである。ここでは、文字の数をさらに1つふやして3つ文字についての1次方程式の組を考える。

3元1次連立方程式(1) 一般型

★知識の整理★

【1】3元1次連立方程式

たとえば、 $2x - y + 3z = 5$ のように3つの文字についての1次方程式を **3元1次方程式** という。

また、

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 5 \\ 3x + 2y - 3z = -2 \\ x + 3y + z = 9 \end{cases}$$

のように、2つ以上の3元1次方程式を組にして考えたものを **3元1次連立方程式** という。

そして、3元1次連立方程式を満たす文字の値の組を、その **解** とい、3元1次連立方程式の解を求めることを、**3元1次連立方程式を解く** という。

【注】3元1次連立方程式を満たす文字の値の組というのは、その3元1次方程式のどれをも満たす値の組のことである。

【2】3元1次連立方程式の解き方

次ページの★解法の技術★を参照。



◇ 《3元1次連立方程式(1)一般型》 **学力化** → /

★解法の技術★

次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -1 & \dots ① \\ -2x + 3y + 3z = -16 & \dots ② \\ 4x - 5y - 2z = 25 & \dots ③ \end{cases}$$

【考え方】 3元1次連立方程式の解き方

次の手順で解く。

① たとえば、

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ -2x + 3y + 3z = -16 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = -1 \\ 4x - 5y - 2z = 25 \end{cases}$$

という組を考え、それぞれで同じ1つの文字を消去して、残りの2文字についての連立方程式をつくる。

② ①で作った連立方程式を解く。

③ で求めた連立方程式の解を①～③のどれかに代入して、残りの文字の値を求める。

[答 案]

① × 3 - ②

$$\begin{array}{r} 9x + 6y + 3z = -3 \\ -) -2x + 3y + 3z = -16 \\ \hline \end{array}$$

$$11x + 3y = 13 \quad \dots ④$$

④ + ⑤ × 3

$$\begin{array}{r} 11x + 3y = 13 \\ +) 30x - 3y = 69 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41x = 82 \\ x = 2 \quad \dots ⑥ \end{array}$$

⑦を①に代入して、

$$\begin{array}{r} 3 \cdot (2) + 2 \cdot (-3) + z = -1 \\ 6 - 6 + z = -1 \text{ より, } z = -1 \end{array}$$

したがって、 $x = 2, y = -3, z = -1$

① × 2 + ③

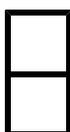
$$\begin{array}{r} 6x + 4y + 2z = -2 \\ +) 4x - 5y - 2z = 25 \\ \hline \end{array}$$

$$10x - y = 23 \quad \dots ⑤$$

⑥を⑤に代入して、

$$\begin{array}{r} 10 \cdot (2) - y = 23 \\ 20 - y = 23 \\ y = -3 \quad \dots ⑦ \end{array}$$

*ここでは、zを消去したが、どの文字を消去してもかまわない。計算しやすい文字を1つ消去して、2元1次連立方程式を作ればよい。



3元1次連立方程式の解き方はわかりましたね。では、次に、特別な形をした3元1次連立方程式を、すこしくふうして、簡単に解いてみよう。

3元1次連立方程式(2) 特殊型

◇ 《3元1次連立方程式(2) 特殊型》 学力化 →

★解法の技術★

次の連立方程式を解け。

$$\begin{cases} x + y = 1 & \dots ① \\ y + z = -1 & \dots ② \\ x + z = 4 & \dots ③ \end{cases}$$

【考え方】 3元1次連立方程式(特殊形)の解き方

各式は2元1次方程式であるが、3つ組にして考えると3元1次連立方程式である。だから、これまでと同じように文字の数を減らす方針で解くこともできる。しかし、①～③の和が $x + y + z = k$ (k は定数)の形になるときは、次のように解くことができる。

① ①+②+③を計算して、 $x + y + z$ の値を求める。

② ①で求めた $x + y + z$ の値から、①、②、③をそれぞれ引くと順に z 、 x 、 y の値が求められる。

[答 案]

①+②+③

$$\begin{array}{r} x + y = 1 \\ y + z = -1 \\ +) x + z = 4 \\ \hline 2x + 2y + 2z = 4 \\ x + y + z = 2 \quad \dots ④ \end{array}$$

④-①

$$\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ -) x + y = 1 \\ \hline z = 1 \end{array}$$

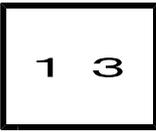
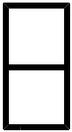
④-②

$$\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ -) y + z = -1 \\ \hline x = 3 \end{array}$$

④-③

$$\begin{array}{r} x + y + z = 2 \\ -) x + z = 4 \\ \hline y = -2 \end{array}$$

したがって、 $x = 3$ 、 $y = -2$ 、 $z = 1$



3元1次連立方程式(3) $A=B=C=D$ 型

◇ 《3元1次連立方程式(3) $A=B=C=D$ 型》 **学力化** → / .

★解法の技術★

次の連立方程式を解け。

$$3x + 2y + z = 2x + 3y - 4z = 2x + y = -4$$

【考え方】 $A=B=C=D$ 型の連立方程式の解き方

$A=B=C=D$ 型の連立方程式は、 $A=D$ 、 $B=D$ 、 $C=D$ の3個を組にした連立方程式を作ると、一般型の連立方程式と同じ計算ができるようになる。

[答 案]

与えられた連立方程式を書き直すと、

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = -4 & \dots ① \\ 2x + 3y - 4z = -4 & \dots ② \\ 2x + y = -4 & \dots ③ \end{cases}$$

①×4+②

◀ z を消去する

④-③×7

◀ x を消去する

$$\begin{array}{r} 12x + 8y + 4z = -16 \\ +) 2x + 3y - 4z = -4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14x + 11y = -20 \\ -) 14x + 7y = -28 \\ \hline \end{array}$$

$$14x + 11y = -20 \quad \dots ④$$

$$4y = 8$$

$$y = 2 \quad \dots ⑤$$

⑤を③に代入して、

$$2x + (2) = -4$$

$$2x = -6$$

$$x = -3 \quad \dots ⑥$$

⑤と⑥を①に代入して、

$$3 \cdot (-3) + 2 \cdot (2) + z = -4$$

$$-9 + 4 + z = -4 \text{ より、 } z = 1$$

したがって、 $x = -3$ 、 $y = 2$ 、 $z = 1$

* 3個の方程式の組をつくる時、組み合わせ方は自由であるが、計算が簡単にすむように組み合わせるのがうまい方法である。上では、定数の-4を3回使って式を簡単にしている。