

◇ 《放物線と接線に囲まれた部分の面積①》 **学力化** → /

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

- (1) 放物線 $y = x^2$ と、その曲線上の点 $(3, 9)$ における接線および $x = 1$ とで囲まれた部分の面積を求めなさい。
- (2) 放物線 $y = x^2 + 4x + 3$ と、その曲線上の点 $(-3, 0)$ における接線および y 軸とで囲まれた部分の面積を求めなさい。

[答 案]

- (1) **1** (接線の方程式を求める)

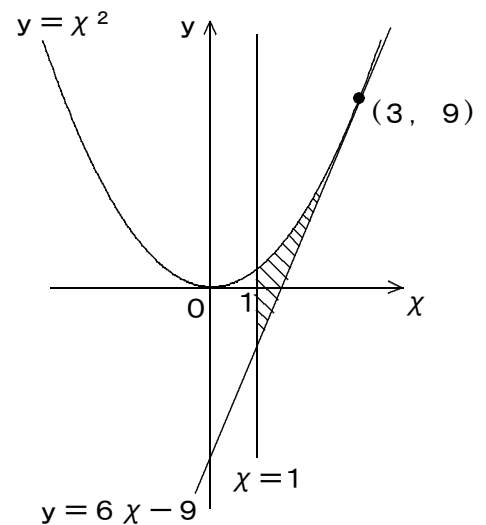
$y = x^2$ より、 $y' = 2x$ であるから、
 曲線上の点 $(3, 9)$ における接線の方程式は、
 $y - 9 = 2 \cdot 3(x - 3)$
 $y - 9 = 6x - 18$
 $y = 6x - 9$

- 2** (図をかく)

よって、グラフは右の図のようになる。

- 3** (面積を求める)

$$\begin{aligned} & \int_1^3 \{x^2 - (6x - 9)\} dx \\ &= \int_1^3 (x^2 - 6x + 9) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 9x \right]_1^3 \\ &= \left(\frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 \right) \\ &= 9 - \left(\frac{1}{3} - \frac{9}{3} + \frac{27}{3} \right) \\ &= \frac{27}{3} - \frac{19}{3} \\ &= \underline{\underline{\frac{8}{3}}} \end{aligned}$$



《別解》 $\frac{1}{3}$ 公式の利用

$$S = \frac{|1|(3-1)^3}{3} = \frac{8}{3}$$

(次のページへつづく) →

□ □ 【積分 No. 15 (4/8)】 - (2枚目/2枚)

➡ (前のページからのつづき)

(1) ① (接線の方程式を求める)

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x + 3 \\ &= x^2 + 4x + 4 - 4 + 3 \\ &= (x + 2)^2 - 1 \end{aligned}$$

また、 $y' = 2x + 4$ であるから、

曲線上の点 $(-3, 0)$ における接線の方程式は、

$$y - 0 = \{2 \cdot (-3) + 4\} \{x - (-3)\}$$

$$y = -2(x + 3)$$

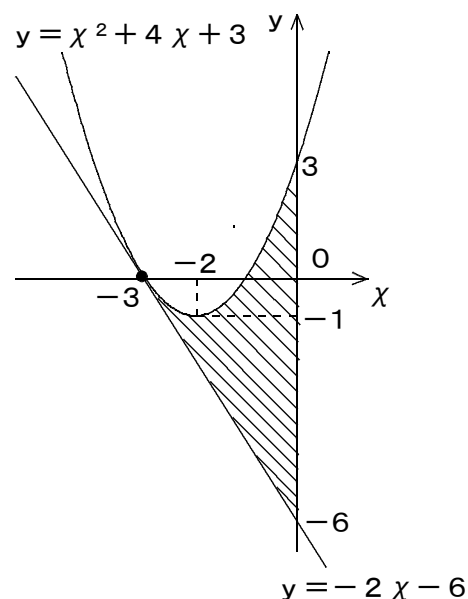
$$y = -2x - 6$$

② (図をかく)

よって、グラフは右の図のようになる。

③ (面積を求める)

$$\begin{aligned} &\int_{-3}^0 \{(x^2 + 4x + 3) - (-2x - 6)\} dx \\ &= \int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 9x \right]_{-3}^0 \\ &= - \left\{ \frac{1}{3} \cdot (-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 + 9 \cdot (-3) \right\} \\ &= -(-9 + 27 - 27) \\ &= \underline{9} \end{aligned}$$



《別解》 $\frac{1}{3}$ 公式の利用

$$s = \frac{|1| \{0 - (-3)\}^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$$