■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

確率の乗法定理

★知識の整理★

赤玉５個に１，２，３，４，５，白玉４個に６，７，８，９と番号をつけた９個の玉が入っている箱から１個の玉を取り出すという試行で，赤玉が出る事象を A，奇数番号の玉が出る事象を B とすると，$n(A)=5$，$n(A\cap B)=3$ である。

ここで，取り出された玉が赤玉であることがわかっているとき，それが奇数の玉である確率 $P_A(B)$ を求めてみよう。

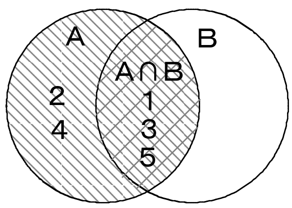
［答　　案］

赤玉が出る事象を A，奇数番号の玉が出る事象を B とすると，

	A（赤）		
B（奇数）	｛１，３，５｝ $n(A\cap B)=3$		｛１，３，５，７，９｝ $n(B)=5$
	｛１，２，３，４，５｝ $n(A)=5$		全事象 $n(U)=9$

取り出された玉が，赤玉である（事象Ａ）ことがわかっているとき，それが奇数の玉である（事象Ｂ）確率は？

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{3}{5}$$



この確率 $P_A(B)$ を「事象Ａが起こったときのＢの条件つき確率」という。

（次のページへつづく）

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

（前のページからのつづき）

★

◇《確率の乗法定理》

条件つき確率 $P_A(B)$については，

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)},\quad P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(U)}$$ より，

$n(A)=P(A)\cdot n(U)$，　$n(A\cap B)=P(A\cap B)\cdot n(U)$　であるから，

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{P(A\cap B)\cdot n(U)}{P(A)\cdot n(U)}=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

これから，次の確率の **乗法定理** が得られる。

$$\boxed{P(A\cap B)=P(A)\,P_A(B)}$$

＊確率の乗法定理　$P(A\cap B)=P(A)\,P_A(B)$ が成り立つことを，上の問題を例として確認してみます。

赤玉が出る事象を A，奇数番号の玉が出る事象を Bとして，
１個の玉を取り出すとき，「赤かつ奇数である」確率 $P(A\cap B)$を求めてみます。

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(U)}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}\cdots①$$

$$\left.\begin{aligned}P(A)&=\frac{n(A)}{n(U)}=\frac{5}{9}\\ P_A(B)&=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}=\frac{3}{5}\end{aligned}\right\}\ P(A)\,P_A(B)=\frac{5}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{3}\cdots②$$

①，②より，次の確率の乗法定理が成り立っていることがわかる。

$$\boxed{P(A\cap B)=P(A)\,P_A(B)}$$

つまり，乗法公式は，次のことを表しています。
事象 Aと Bが同時に起こる確率
＝(事象 Aが起こる確率)×(事象 Aが起ったことがわかっているときの事象 Bが起こる確率)