■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

発展

＊１６

第１章　場合の数と確率　２・順列・組合せ

３ 組合せ（その５）

【No.１６の後で学習☆発展問題】（１／１）

最短経路（組合せの利用）

◇《最短経路（組合せの利用）》 学力化➡　　／　　，

★解法の技術★

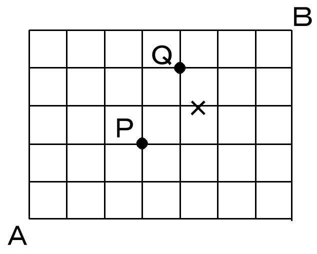
右図のような道路がある。次のような最短の道順は何通りあるか求めなさい。

(1)　ＡからＢへ行く。

(2)　Ｐ，Ｑをともに通ってＡからＢへ行く。

(3)　×印を通らないでＡからＢへ行く。

(4)　Ｐを通り×印は通らないでＡからＢへ行く。



【考え方】No.１６（５／６）では，重複順列の考え方を利用して求めましたが，同じ問題を，ここでは組合せの考え方を利用して求めてみます。

【考え方】組合せを利用した最短経路の問題の解き方

ＡからＢへ行くには，どの区画を通るにしても，

右へ７区画，上へ５区画

進めばよい。

よって，ＡからＢへ行く道順の総数は，

１２の区画から，右へ進む７区画の選び方に等しいから，

$$\mathrm{A} \xrightarrow[{}_{12}C_7\ \text{通り}]{\left(\frac{\text{右}7}{\text{上}5}\right)} \mathrm{B}$$

区画 :	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⑪	⑫
方向 :	→	→	→	→	→	→	→	↑	↑	↑	↑	↑

$${}_{12}C_7 = {}_{12}C_5 = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = ７９２（通り）$$

(3)　×を通らない道順の総数＝ＡからＢへの道順の総数－×を通る道順の総数

［答　　案］

(1)　ＡからＢへ行く道順の総数

$$\mathrm{A} \xrightarrow[{}_{12}C_7\ \text{通り}]{\left(\frac{\text{右}7}{\text{上}5}\right)} \mathrm{B}$$

$${}_{12}C_7 = {}_{12}C_5 = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = ７９２（通り）$$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

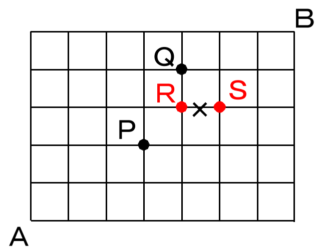
(2)　P，Qをともに通ってAからBへ行く道順の総数

$$A \xrightarrow[{}_5C_3\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}3\\\text{上}2}\right)} P \xrightarrow[{}_3C_1\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}1\\\text{上}2}\right)} Q \xrightarrow[{}_4C_3\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}3\\\text{上}1}\right)} B$$

$${}_5C_3 \times {}_3C_1 \times {}_4C_3 = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} \times 3 \times 4 = 10 \times 3 \times 4 = \underline{120\ (\text{通り})}$$

◀ ${}_5C_3 = {}_5C_2$，${}_4C_3 = {}_4C_1$

(3)　×印を通らないでAからBへ行く道順の総数（右図のように×の左右の点をR，Sとする）



[1]　AからBへ行く道順の総数…(1)より，７９２通り　…①

[2]　×を通る道順の総数（右図のように×の左右の点をR，Sとする）

$$A \xrightarrow[{}_7C_3\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}4\\\text{上}3}\right)} R \xrightarrow[{}_1C_1\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}1\\\text{上}0}\right)} S \xrightarrow[{}_4C_2\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}2\\\text{上}2}\right)} B$$

$${}_7C_3 \times {}_1C_1 \times {}_4C_2 = \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} \times 1 \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1}$$

$$= 35 \times 1 \times 6 = 210\ \text{通り} \quad \cdots②$$

[1]，[2] より，×印は通らないでAからBへ行く道順の総数は

①－②だから，７９２－２１０＝<u>５８２（通り）</u>

(4)　Pを通り×印は通らないでAからBへ行く道順の総数

[1]　Pを通ってAからBへ行く道順の総数

$$A \xrightarrow[{}_5C_3\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}3\\\text{上}2}\right)} P \xrightarrow[{}_7C_4\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}4\\\text{上}3}\right)} B$$

$${}_5C_3 \times {}_7C_4 = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} \times \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} = 10 \times 35 = 350\ \text{通り} \quad \cdots①$$

◀ ${}_5C_3 = {}_5C_2$，${}_7C_4 = {}_7C_3$

[2]　P，×をともに通ってAからBへ行く道順の総数（(3)のように×の左右の点をR，Sとする）

$$A \xrightarrow[{}_5C_3\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}3\\\text{上}2}\right)} P \xrightarrow[{}_2C_1\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}1\\\text{上}1}\right)} R \xrightarrow[{}_1C_1\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}1\\\text{上}0}\right)} S \xrightarrow[{}_4C_2\ \text{通り}]{\left(\substack{\text{右}2\\\text{上}2}\right)} B$$

$${}_5C_3 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times {}_4C_2 = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} \times 2 \times 1 \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1}$$

$$= 10 \times 2 \times 1 \times 6 = 120\ \text{通り} \quad \cdots②$$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

↗（前のページからのつづき）

[1], [2] より，Ｐを通り×印は通らないでＡからＢへ行く道順の総数は
①－②だから，３５０－１２０＝２３０（通り）

【注意】次の考え方が間違いの理由
(4)　Ｐを通り×印は通らないでＡからＢへ行く道順の総数
＝（ＡからＰを通ってＢへ行く道順）－（×印を通ってＡからＢへ行く道順）
【理由】ＡからＰを通らないで×を通る場合も引いてしまう。