■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

最短経路（組合せの利用）

◇《最短経路（組合せの利用）》 **学力化**➡　　／　，

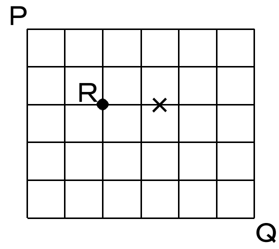
★解法の技術★

　右図のような道のある町で，ＰからＱまで遠回りしないで行くのに，次の場合の道順の総数を求めなさい。

(1)　Ｒを通って行く。

(2)　×印の箇所を通らないで行く。

(3)　Ｒを通り，×印の箇所は通らないで行く。



【考え方】組合せを利用した最短経路の問題の解き方

　ＰからＱへ行くには，どの区画を通るにしても，

　　右へ６区画，下へ５区画

進めばよい。

　よって，ＰからＱへ行く道順の総数は，

１１の区画から，右へ進む６区画の選び方に等しいから，

$$\mathrm{P} \xrightarrow[{}_{11}C_6 \text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}6}{\text{下}5}\right)} \mathrm{Q}$$

$${}_{11}C_6 = {}_{11}C_5 = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = ４６２\text{（通り）}$$

(2)　×を通らない道順の総数＝ＰからＱへの道順の総数－×を通る道順の総数

［答　　案］

(1)　Ｒを通ってＰからＱへ行く道順の総数

$$\mathrm{P} \xrightarrow[{}_{4}C_2 \text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}2}{\text{下}2}\right)} \mathrm{R} \xrightarrow[{}_{7}C_4 \text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}4}{\text{下}3}\right)} \mathrm{Q}$$

$${}_{4}C_2 \times {}_{7}C_4 = \frac{4\cdot3}{2\cdot1} \times \frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1} = ６\times３５ = \underline{２１０\text{（通り）}}$$

(2)　×印の箇所を通らないでＰからＱへ行く道順の総数

$\boxed{1}$　ＰからＱへ行く道順の総数

$$\mathrm{P} \xrightarrow[{}_{11}C_6 \text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}6}{\text{下}5}\right)} \mathrm{Q}$$

$${}_{11}C_6 = {}_{11}C_5 = \frac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = ４６２\text{（通り）}\cdots①$$

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

（前のページからのつづき）

$\boxed{2}$ ×を通って，ＰからＱへ行く道順の総数

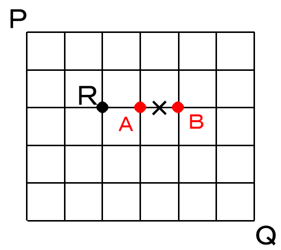
$$\mathrm{P} \xrightarrow[{}_5\mathrm{C}_3\text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}3}{\text{下}2}\right)} \times \xrightarrow[{}_5\mathrm{C}_2\text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}2}{\text{下}3}\right)} \mathrm{Q}$$

$${}_5\mathrm{C}_3 \times {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{5\cdot4\cdot3}{3\cdot2\cdot1} \times \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = 10\times10 = 100\text{（通り）} \quad \cdots②$$

$\boxed{1}$と$\boxed{2}$より，×印の箇所を通らないでＰからＱへ行く道順の総数は，
①－②であるから，４６２－１００＝<u>３６２（通り）</u>

(3) <u>Ｒを通り，×印の箇所は通らないでＰからＱへ行く道順の総数</u>

$\boxed{1}$ Ｒを通ってＰからＱへ行く道順の総数
(1) より，２１０通り …①



$\boxed{2}$ Ｒと×を通って，ＰからＱへ行く道順の総数

$$\mathrm{P} \xrightarrow[{}_4\mathrm{C}_2\text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}2}{\text{下}2}\right)} \mathrm{R} \xrightarrow[1\text{ 通り}]{\text{右 }1} \mathrm{A} \xrightarrow[1\text{ 通り}]{\text{右 }1} \mathrm{B} \xrightarrow[{}_5\mathrm{C}_2\text{ 通り}]{\left(\frac{\text{右}2}{\text{下}3}\right)} \mathrm{Q}$$

$${}_4\mathrm{C}_2 \times 1 \times 1 \times {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{4\cdot3}{2\cdot1} \times \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = 6\times10 = 60\text{（通り）} \quad \cdots②$$

$\boxed{3}$ $\boxed{1}$と$\boxed{2}$より，Ｒを通り，×印の箇所は通らないでＰからＱへ行く道順の総数は，
①－②であるから，２１０－６０＝<u>１５０（通り）</u>