



第1章 数列 2・いろいろな数列

**5** いろいろな数列の和 (その1)

【No. 6 の後で学習☆発展問題】 (1 / 4)

分数数列の和

◇ 《分数数列の和》 **学力化** → / .

◇ 発展演習 ◇ **【 1 】**

次の数列の和 S を求めなさい。

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}, \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5}, \dots, \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

【考え方】 No. 6 (1 / 8) の【参考】を参照。

[答 案]

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

◀ 部分分数に分ける。No. 6 (1 / 8) 因数3個の場合

$$= \frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} - \left( \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \right\}$$

← 一気に消える

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(n+1)(n+2) - 2}{2(n+1)(n+2)}$$

◀ { } 内を通分

$$= \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

◀  $n^2 + 3n + 2 - 2 = n(n+3)$